

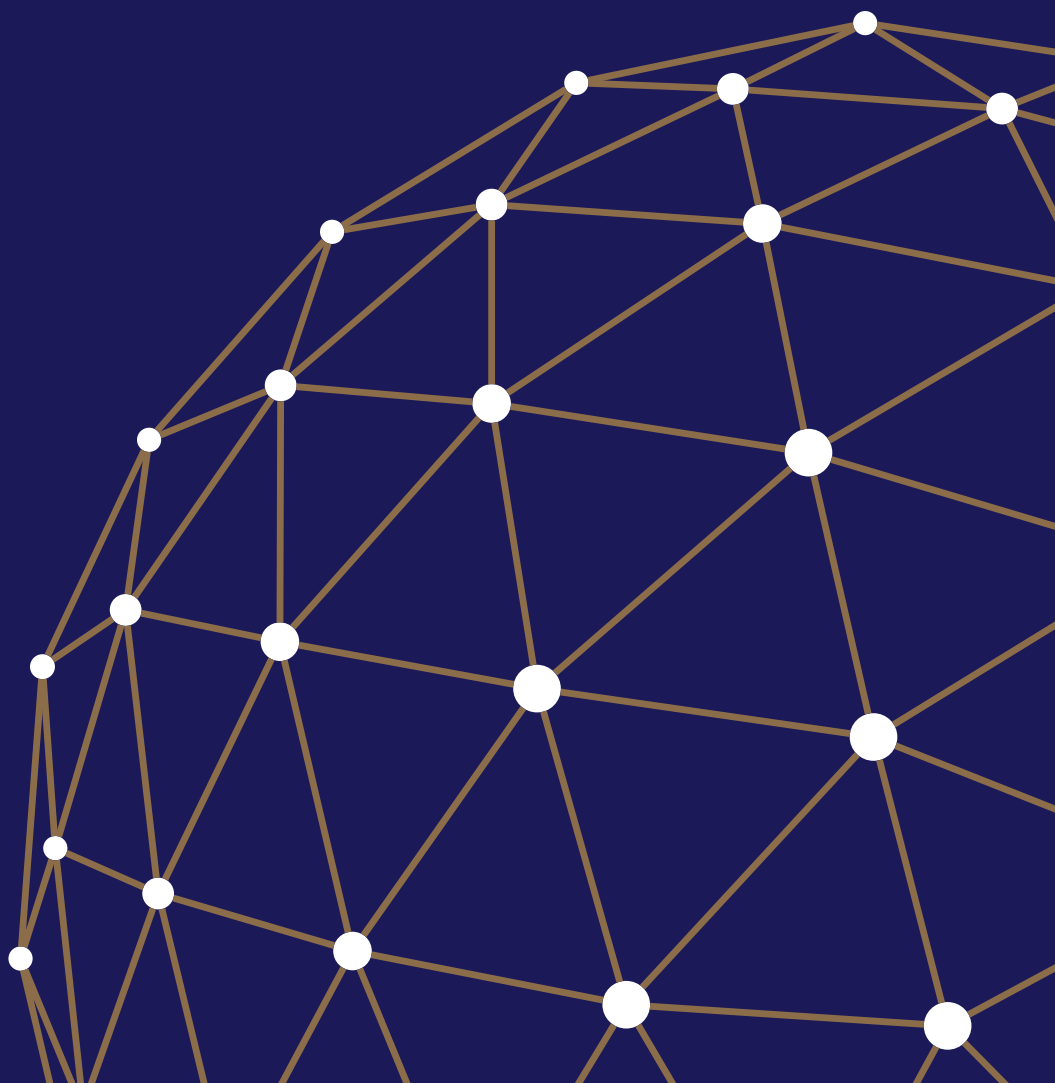


Kertész Balázs, Kucsera Henrik, Szentmihályi  
Szabolcs

# A GDP növekedés középtávú folyamatainak új mutatója

MNB-tanulmányok 120.

2015







Kertész Balázs, Kucsera Henrik, Szentmihályi  
Szabolcs

# A GDP növekedés középtávú folyamatainak új mutatója

MNB-tanulmányok 120.

2015



Az „MNB-tanulmányok” sorozatban megjelenő írások a szerzők nézeteit tartalmazzák, és nem feltétlenül tükrözik a Magyar Nemzeti Bank hivatalos álláspontját.

MNB-tanulmányok 120.

### **A GDP növekedés középtávú folyamatainak új mutatója\***

Írta: Kertész Balázs, Kucsera Henrik, Szentmihályi Szabolcs

Budapest, 2015. augusztus

Kiadja: Magyar Nemzeti Bank

Felelős kiadó: Hergár Eszter

1850 Budapest, Szabadság tér 9.

[www.mnb.hu](http://www.mnb.hu)

ISSN 1787-5293 (on-line)

\*Szeretnénk megköszönni Balatoni Andrásnak a cikkhez fűzött észrevételeit. A tanulmányban szereplő bármilyen hiba a szerzők felelőssége.

---

# Tartalomjegyzék

<b>Kivonat</b>	5
<b>1. Nemzetközi kitekintés</b>	7
<b>2. A HuCoin indikátor módszertana</b>	10
2.1. Feltételrendszer	10
2.2. A HuCoin indikátorának előállítása	11
<b>3. Eredmények</b>	15
3.1. Két példa az indikátor gyakorlati hasznosítására	18
<b>4. Összegzés</b>	20
<b>Hivatkozások</b>	21
<b>5. Melléklet</b>	22



# Kivonat

Tanulmányunk egy – az eurozónára elérhető EuroCoin indikátor mintájára előállított – a magyar gazdasági konjunktúra valós idejű alapfolyamatainak alakulását megragadó indikátort mutat be, melyet a továbbiakban HuCoinnak nevezünk. Az új mérőszám számos előnyös tulajdonsággal rendelkezik: havi frekvencián és kis késleltetéssel áll rendelkezésre, mentes a konjunktúra rövid távú fluktuációitól, transzparens módon, széles információs bázison képződik, várható revíziója mérsékelt és a gazdaságban termelt hozzáadott érték minden komponensét tartalmazza.

Egy konjunktúra indikátor elkészítésének alapvető motivációja, hogy a lehető legfrissebb és legteljesebb információs bázis álljon rendelkezésre az elemzések, előrejelzések készítésekor. Azonban a KSH GDP adatközlése csak jelentős késéssel követi a tárgyidőszakot. Az egyik legfontosabb reálgazdasági mutató alakulására vonatkozó előzetes adat jellemzően csak másfél hónappal a tárgyidőszakot követően áll rendelkezésre. Ráadásul, a részletes adat – több negyedéssel későbbi – megjelenését követően is revideálódhat. A HuCoin indikátor ezzel szemben havi frekvencián és kisebb késleltetéssel áll rendelkezésre.

Másrészt a HuCoin indikátor a konjunktúra alapfolyamatait ragadja meg. A mérőszám azzal, hogy a konjunkturális folyamatokat befolyásoló nem kívánatos zajokat, rövid távú fluktuációkat kiszűri a GDP idősorából, lehetővé teszi a növekedés pályájában az alapfolyamatokat érintő strukturális változások, illetve fordulópontok azonosítását. Segíthet tehát abban, hogy egy alapvetően negatív (pozitív) irányú trendben egy tartós fellendülés (visszaesés) kezdete megkülönböztethető legyen egy átmeneti kisebb emelkedéstől (csökkenéstől). Külön kitérünk két olyan epizódra, amikor a HuCoin indikátor hasznos kiegészítő információval szolgálhatott volna a konjunktúra alapfolyamatainak megítélésénél.

Fontos megjegyeznünk, hogy a javasolt indikátor nem a KSH által közölt negyedéves gazdasági növekedés (GDP) értékét becsli meg, nem annak előrejelzésre szolgál; továbbá az MNB-ben készített más konjunktúraindikátorokkal ellentétben nem a gazdaság ciklikus helyzetét mutatja, hanem a konjunktúra középtávon érvényesülő alapfolyamatainak jelenlegi illetve közelmúltbeli értékét becsli kis késleltetéssel.

**JEL:** C51, C55, E32.

**Kulcsszavak:** Egyidejű indikátor, band-pass szűrő, faktormodell, általánosított főkomponens analízis, konjunktúra folyamatok.

# Bevezetés

A gazdaság szereplői és döntéshozói számára egyaránt kiemelt jelentőségű, hogy a lehető legfrissebb és legteljesebb információk alapján hozzák meg döntéseiket. A konjunktúra széles körben használt közvetlen mutatói azonban számos ésszerűen elvárható tulajdonságot nem megfelelően teljesítenek: a legfontosabb reálgazdasági mutatónak tekintett bruttó hazai termék (GDP) nem mentes rövid távú fluktuációktól, jellemzők rá a nagy revíziók, negyedéves frekvencián és csak jelentős késéssel (az előzetes adatok a tárgynegyedévet követő 45 napra) áll rendelkezésre. Az ipari termelés – mint konjunktúra folyamatokat megragadó mutató – nem tartalmazza a hazai gazdaságban megtermelt hozzáadott érték lényeges komponenseit, mégpedig a mezőgazdasági termelést, az építőipart és a szolgáltatásokat, illetve ugyancsak rövid távú fluktuációkkal terhelt.

A GDP adatokkal szemben a fogyasztóiár-index (CPI), mint másik – a gazdaság szereplői és döntéshozói által kiemelt figyelemmel követett – gazdasági mutató, havi frekvencián áll rendelkezésre és az adott hónapra a hónap vége után 15 nappal már elérhető. A GDP adatok előállításában megjelenő számottevő késleltetés teszi indokolttá, hogy a konjunktúra alapfolyamatait megragadó indikátorok készítésekor jelentős technikai eszköztárat bevetve próbáljuk az alapfolyamatok közelmúltbeli illetve jelenbeli értékét becsülni.

Tanulmányunkban egy a magyar gazdaság konjunktúra alapfolyamatainak alakulását megragadó indikátor (HuCoin) előállítását és tulajdonságait mutatjuk be <sup>1</sup>. A mutató a gazdasági növekedés alapfolyamatának a GDP növekedés rövid távú (éven belüli) gyorsulásoktól és lassulásoktól megtisztított pályáját tekinti. Az új mérőszám számos kedvező tulajdonsággal rendelkezik: havi frekvencián és kis késleltetéssel áll rendelkezésre, mentes a konjunktúra rövid távú fluktuációitól, transzparens módon széles információs bázison képződik, revízióktól mentes, valamint a gazdaságban termelt hozzáadott érték valamennyi komponensét tartalmazza. Ezen tulajdonságok miatt a HuCoin indikátor hasznos hozzájárulást nyújthat a közép- ill. hosszú távú konjunktúra állapotának és fordulójának valós idejű megítéléséhez.

---

<sup>1</sup> Így jelen írásnak nem célja áttekintést nyújtani a hasonló indikátorok irodalmáról, de egy rövid és szelektív listát közlünk alább.



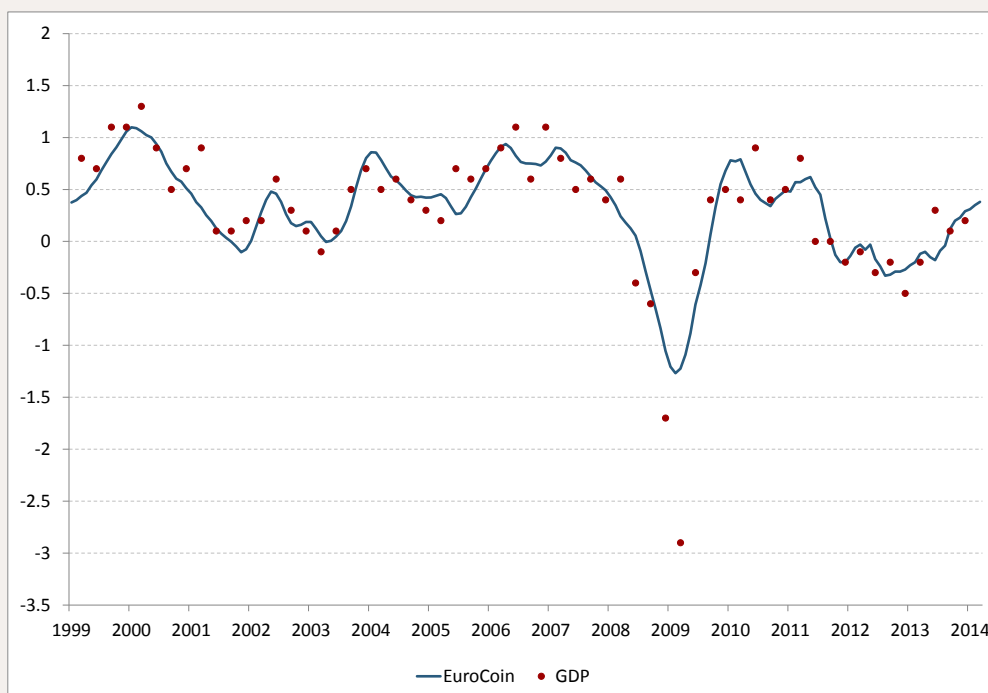
# 1. Nemzetközi kitekintés

A GDP adatot az illetékes statisztikai szervek általában csak jelentős késéssel közlik és a későbbiekben többször is revidálják. Magyarországon a KSH a tárgynegyedév végét követően általában 45 nappal teszi közzé az előzetes GDP statisztikát, majd ezután újabb 30 nappal történik a részletes GDP adatközlés<sup>2</sup>. Számos ország és nemzetközi szervezet állít elő olyan mutatót, amelyek alapján a gazdasági szereplők és döntéshozók a hivatalos adatközlésnél előbb képet alkothatnak a konjunktúra alakulásáról.

Ezen indikátorok közé tartozik az (új) EuroCoin (lásd Altissimo et al., 2007), amely elődjét – a régi EuroCoint (Altissimo et al., 2001) – váltotta fel, mely – hasonlóan a HuCoin a magyar gazdaságra vonatkozó indikátorához – az eurozóna növekedésének alapfolyamatait hivatott megbecsülni. Előállítását a Banca d'Italia szakértői végzik, az eredmények és a módszertanhoz kapcsolódó részletes információk a mutató hivatalos weboldalán elérhetők.<sup>3</sup>

1. ábra

Az EuroCoin indikátor és az aktuális eurozóna GDP (százalékos negyedéves változás)



Többek között ezen oldal tartalmazza a mindenkor érvényes legfrissebb EuroCoin idősort, mely az eurozóna növekedési alapfolyamatait próbálja megragadni, különös tekintettel a trendfordulók aktuális és pontos jelzésére. Havi rendszerességű publikáláskor az EuroCoin idősora mellett annak alakulását befolyásoló tényezők és a fentebb említett trendfordulók szakértői értékelése is elérhető.

<sup>2</sup> Az EUROSTAT GDP publikálási politikája a magyarhoz nagyon hasonlóan 45 napos előzetes és 65 napos második adatközlést követ az Európai Unió növekedési számainál.

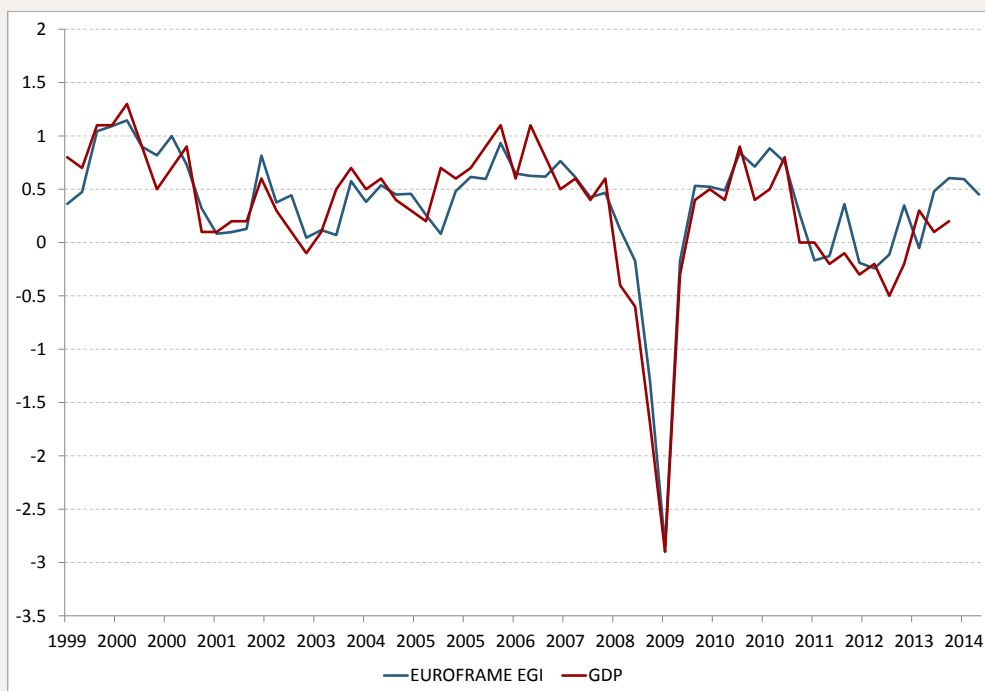
<sup>3</sup> Lásd [eurocoin.cepr.org](http://eurocoin.cepr.org)

Az EuroCoin a gazdasági mutatók széles körére – mintegy 145 idősor: felmérésekből származó indikátorok, reálgazdasági és pénzügyi mutatók, árak – támaszkodó faktormodell segítségével havi frekvencián követi nyomon a gazdasági növekedés alakulását. A mutató az alapfolyamatokra koncentrálna kiszűri a rövid távú fluktuációkat és esetenként több hónappal megelőzi az EUROSTAT hivatalos GDP publikációját. Az EuroCoin módszertanát, mivel a HuCoin módszertana is arra épül, részletesen a következő fejezetben tárgyaljuk.

Az eurozóna növekedésének megragadására egy másik indikátor is rendszeresen publikálásra kerül. Ez a EUROFRAME<sup>4</sup> intézet Euro Growth Indicator mutatója, mellyel a szervezet havi gyakorisággal ad becslést a GDP jelenlegi és két negyedév horizontra vonatkozó kivetített értékeire. Számításai kis késleltetéssel rendelkezésre álló felmérésekre és pénzügyi adatokra felírt úgynevezett áthidaló regresszióra alapulnak (bridge regression).

## 2. ábra

### Euro Growth Indicator (EUROFRAME) és az eurozóna GDP alakulása (negyedéves változás)



Az egyik legkisebb késleltetéssel rendelkezésre álló mutatót a Now-Casting projekt<sup>5</sup> állítja elő, amely heti rendszerességgel közli a negyedéves GDP-növekedés alakulására. Azonban – tekintettel arra, hogy a valós előrejelzési szituációk adatai csak néhány negyedévre nyúlnak vissza – a projekt értékelése még bizonytalan.

Egyéb, a konjunktúra alapfolyamatait részlegesen megragadó, mutatók is rendelkezésre állnak a nemzetközi gyakorlatban. Ilyen az OECD kompozit előidejű indikátora (Composite Leading Indicator, Arnaud és Hong, 2001), mely az euroövezet ipari termelésének üzleti ciklus frekvenciájú komponensét jelzi előre havi gyakorisággal. Szintén az euroövezet konjunktúrájára ad becslést az IFO gazdasági környezet indikátora<sup>6</sup> (Economic Climate Indicator), amely azonban csak negyedéves frekvencián áll rendelkezésre. Mindezek mellett az euroövezet egyik legnagyobb figyelemmel kísért konjunktúraindikátora a Markit PMI<sup>7</sup>. E mutató előnye, hogy nem revideálódik, vállalati felméréseken alapul, és éppen ezért szinte késleltetés nélkül áll rendelkezésre.

<sup>4</sup> Lásd [www.euroframe.org](http://www.euroframe.org)

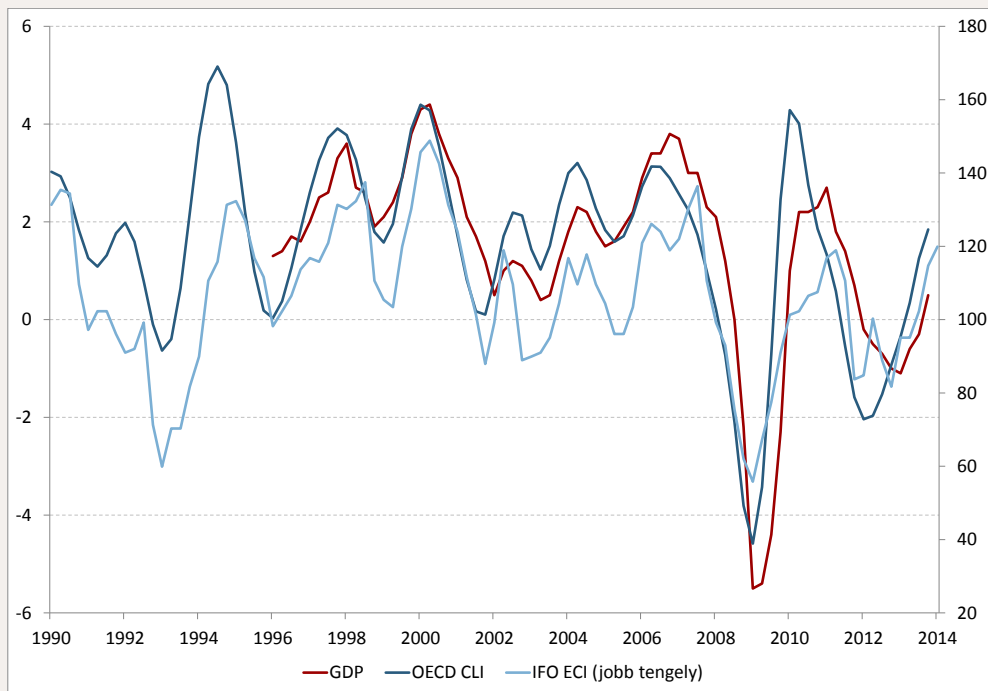
<sup>5</sup> Lásd [www.now-casting.com](http://www.now-casting.com)

<sup>6</sup> Lásd <http://www.cesifo-group.de/portal/page/portal/ifoHome/a-winfo/d1index/25indexweseuro>

<sup>7</sup> Lásd <http://www.markiteconomics.com/Survey/Page.mvc/PressReleases>

## 3. ábra

## Economic Climate Indicator (IFO), Composite Leading Indicator (OECD) és az eurozóna GDP alakulása (éves változás)



Végül megemlítünk néhány magyar konjunktúraindikátort. Vállalati és lakossági felméréseken alapulnak a Gazdaságkutató Intézet (GKI) és a KOPINT-TÁRKI bizalmi indikátorai, melyek közül a GKI által felmért egyes mutatókat fel is használunk a HuCoin elkészítéséhez. A Világgazdaság és az Ecostat Gazdaságmodellező Műhelye által közösen kidolgozott GYIA (gyorsulási irányadó) mérőszám<sup>8</sup> egy havi frekvencián közölt becslés a (szezonálisan igazított) GDP aktuális alakulására. Előállításánál a szerzők az OECD előidejű mutatójának módszertanát követték: a gazdasági növekedéssel előidejűen jól együttmozgó és kis késleltetéssel rendelkezésre álló változók kiválogatása után ezek lineáris kombinációjából becslik a GDP aktuális értékét.<sup>9</sup> Ezen túl, Balatoni (2014) tanulmányában bemutat egy egyidejű és egy előidejű konjunktúra mutatót (a SZIGMA CI és SZIGMA LEAD mutatókat). Az indikátor legfőbb célja, hogy a növekedés alakulására havi gyakorisággal, kis késleltetéssel (t+15 nap) képet adjon a gazdasági döntéshozók számára. Ugyanakkor a fent említett mutatók jellegükből kifolyólag előrejelzési célokat szolgálnak, míg a HuCoin ezzel szemben az aktuális alapfolyamatokat kívánja megragadni.

Számos nemzetközi konjunktúra indikátor egyedi vállalati kérdőíveken alapul, melyek előállítása, feldolgozása és kiértékelése igen erőforrás-igényes. Mi egy olyan – a magyar gazdasági növekedés alapfolyamatait feltáró – indikátort kívántunk kidolgozni, amely kis késleltetéssel, magas frekvencián, revideálódás nélkül áll rendelkezésre. Ezen célok költséghatékony elérésének nemzetközi szinten leginkább az EuroCoin módszertana felel meg, ezért az HuCoin indikátor létrehozásánál annak gyakorlatát vettük alapul. E projekt keretében a növekedés alapfolyamatának alakulását és nem a GDP negyedéves változását becsüljük meg valós időben.

<sup>8</sup> Lásd [www.vg.hu/gyiamutato](http://www.vg.hu/gyiamutato)

<sup>9</sup> Az általunk bemutatott indikátor előállítása is hasonló elvre épül, a rövid távú volatilitás kiszűrése miatt azonban a módszer jelentős megváltoztatására van szükség.

## 2. A HuCoin indikátor módszertana

A HuCoin indikátor előállítása néhány egyszerű feltevésen alapszik, lényegében követi az Altissimo et al. (2007) tanulmányban leírt módszert. A számított mutató érvényessége függ attól, hogy ezek a feltevések a valóságban mennyire jó közelítéssel teljesülnek.

### 2.1. Feltételrendszer

- I. *A GDP jó átfogó képet nyújt a magyar gazdasági konjunktúra alakulásáról. Cél egy vele megfelelően együttmozgó, naprakész, rövid távú fluktuációktól mentes mutató előállítása.*

Egy adott negyedév aggregált GDP adatáról a KSH másfél hónapos késéssel közöl előzetes értéket, amit aztán egy hónapra rá követ a részletes GDP adatok közzlése. Publikálást követően a statisztikai hivatal egyéb adatforrásaiból beérkezett információk alapján a GDP növekedési adatot rendszeresen és jelentős mértékben revideálja. A statisztikai számbavétel természete miatt még a szezonálisan igazított növekedési mutató sem mentes rövid távon az egyedi hatásoktól.

Továbbiakban a GDP idősoron a KSH részletes GDP adatközlés legutolsó – tehát a revíziókat is tartalmazó – évjáratának<sup>10</sup> idősorát értjük, erre végezzük el a (végponti) HuCoin indikátor számítását.

- II. *Amint a GDP idősorából kiszűrjük a magas frekvenciájú komponenseket, a magyar gazdasági növekedés alapfolyamatát jól leíró komponenst kapunk.*

Ennek szemléltetéséhez tekintsük a 4. ábrát, amelyen a negyedéves GDP és annak rövid távú, azaz magas frekvenciájú zajoktól megtisztított komponense látható; az alapfolyamatok alakulását leíró komponenst egyszerű frekvenciaszűrővel állítottuk elő. A frekvenciaszűréshez Christiano és Fitzgerald (2003) tanulmánya alapján felírt szűrőt<sup>11</sup> használtuk, eltávolítva a GDP idősorából azt a komponenst, amely az évesnél rövidebb periódusú fluktuációkhoz tartozik. Ezen szűrő egy szimmetrikus mozgóátlag, mely megakadályozza az idősor karakterisztikájának időbeli eltolódását és túlzott simítását, ugyanakkor adott periódus adatának kiszámításához az időszakhoz képest jövőidejű adatokat is felhasznál.

A szűrő szimmetrikus volta miatt<sup>12</sup> ez a módszer közvetlenül nem használható a konjunktúra-alapfolyamat havi frekvenciájú időszerű értékének meghatározására. Azonban, egyrészt lehetőséget ad annak értékelésére, hogy a II. feltétel kielégítő módon teljesül-e a magyar konjunktúraadatokon, másrészt a komponens múltra számolható értékei felhasználhatók jelenben posztulált összefüggések historikus alapon történő számszerűsítésére. Ezeket a tulajdonságokat használjuk ki a további becslések elvégzésénél.

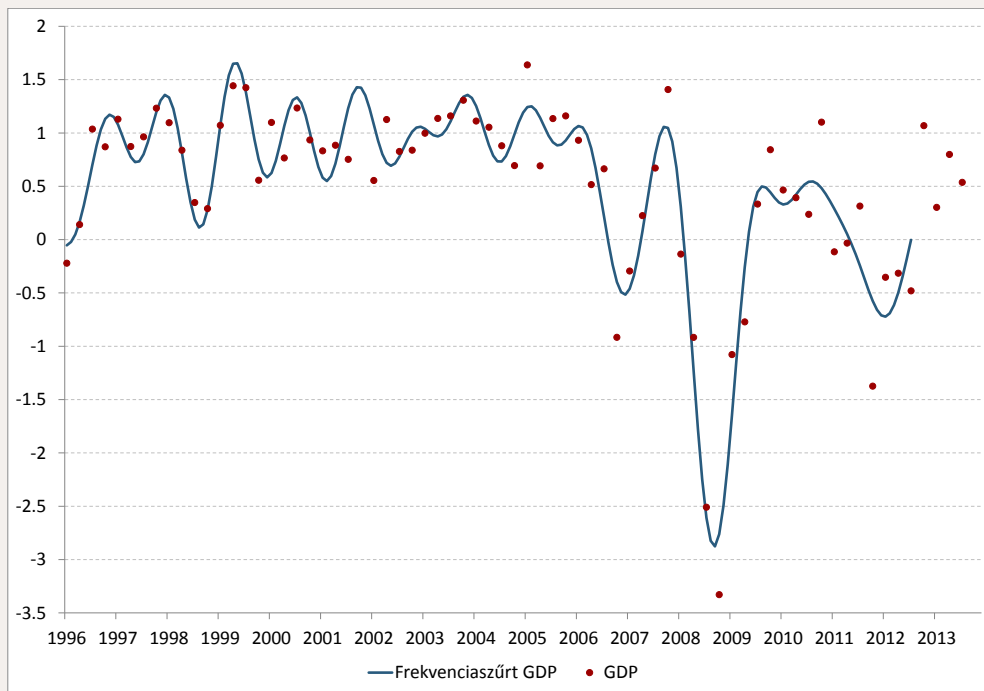
<sup>10</sup> A gazdasági változók egyes adatközléseinél a Központi Statisztikai Hivatal a legfrissebb, legteljesebb információs halmazra támaszkodik. Ezért egyes változók esetében visszamenőlegesen is módosíthat már publikált korábbi időszakokhoz tartozó adatokat, amennyiben ezt az adott időszakra vonatkozó – a legutóbbi adatközlés óta beérkező – információk indokolják. Az ilyen revíziók alá eső változók egyes adatközlésekből származó (különböző) értékeit a változó „évjáratának”, bevett kifejezéssel élve vintage-nek, nevezzük.

<sup>11</sup> A szakirodalomban bevett módszer az úgynevezett Hodrick-Prescott szűrők (HP-szűrők) alkalmazása. A szűrők néhány általános kellemetlen tulajdonsága mellett a HP-szűrők használatát az idősorban okozott nem kívánatos torzítások (főképpen a hangsúlyosan megjelenő hamis autokorrelációk) miatt vetettük el.

<sup>12</sup> Altissimo et al. (2007) tanulmányban elvégzett vizsgálatok alapján azzal a választással éltünk, hogy a mozgóátlag felírásánál 12 hónapnyi jövőidejű adatot használunk. Ennek következménye, hogy tárgyidőszakhoz képest 12 havi késleltetés jelenik meg a mozgóátlagban.

## 4. ábra

A negyedéves GDP és frekvenciaszűréssel előállított közép- illetve hosszú távú komponense (negyedéves változás)



III. *A negyedéves GDP idősor a GDP alapfolyamatára, valamint annak nagyobb frekvencián értelmezett alakulására is tartalmaz információt.*

Az 4. ábrán látható alapfolyamatot megragadó komponens már megfelelő frekvenciájú és nem tartalmazza a konjunktúra rövid távú kilengéseit. A negyedéves gyakoriságú GDP adatból annak havi gyakoriságú lineáris interpolálásával<sup>13</sup> majd az éves periódushoz tartozónál magasabb frekvenciájú fluktuációk elkülönítésével állítottuk elő. Az időszak végén az utolsó 12 hónapra vonatkozó érték a szimmetrikus filterezés miatt nem számolható.

IV. *A növekedésnek a közelmúltra és jelenre vonatkozó változása jól közelíthető a konjunktúra folyamataival együttmozgó változók idősorával.*

Az előző, III-as pontbeli konjunkturális alapfolyamatokat leíró komponens előállításához – az alkalmazott szűrés eljárás szimmetrikus volta miatt – múltbeli és jövőbeli adatokra is szükségünk volt. Ez okozza azt, hogy egy adott időpontra vonatkozóan a tényleges növekedési adatokból csak jelentős késéssel állítható elő az alapfolyamatot leíró változó. A III. feltételezésünk alapján a jelenbeli konjunkturális folyamatok is nyomon követhetők olyan idősorok segítségével, amelyek időszerűen vagy akár előidejűen megragadják a növekedés alapjait képező változásokat, ezzel valós idejű, naprakész információkat szolgáltatva.

## 2.2. A HuCoin indikátorának előállítása

GDP idősoron továbbiakban a KSH által publikált szintben adott reál GDP idősor differenciálással majd szezonálisan igazítással előállított transzformáltját értjük.

<sup>13</sup> Kellően sima interpoláció esetén a kapott közép- illetve hosszú távú komponens nem függ az interpoláció megválasztásától, mivel ez a közelítés – a negyedéves adatpontok közötti lefutás – milyensége a rövid távú komponensben csapódik ki.

## 2.2.1. MAGYARÁZÓ VÁLTOZÓK KIVÁLASZTÁSA

Több száz változót tartalmazó adatbázisunk 2012. novemberi évjáratából kiválasztottuk azokat a havi frekvencián rendelkezésre álló mutatókat, amelyek jól együtt mozogtak a GDP idősorral. Ehhez a GDP idősort lineárisan regresszáltuk szezonálisan igazított változók megfelelően transzformált késleltetett idősorára különböző késleltetések mellett, majd kiválasztottuk azokat a változókat, amelyek illeszkedése az 1-4 havi késleltetések mellett a legjobb volt.<sup>14</sup>

Az így készített hozzávetőleg 100 változót tartalmazó listát tovább szűkítettük a megfelelő piacok szakértőinek segítségével. Ily módon ki tudtuk zárni azokat az eseteket, amikor a gépi algoritmus csak a válság kiugróan nagy hatása vagy a hosszabb időtávon jelen levő trendek hasonló alakulása miatt találta jónak az együttmozgást.

Ugyancsak a piaci szakértők javaslata alapján felvettünk az alkalmazott változók közé néhány olyat is, amelyek az algoritmus alapján nem kerültek kiválasztásra az első 100 változó közé – éppen azért, mert az előbb említett hamis együttmozgások változói kiszorították őket –, de közgazdaságilag indokolt a szerepeltetésük. A részben megszürt, részben kibővített változólista 79 elemet tartalmaz, ebből hozzávetőleg 20 a külkereskedelemhez, 10 a hazai GDP komponenseihez kapcsolódik, 25 különböző intézetek konjunktúraindexre; valamint 9 munkapiaci, 7 pénzpiaci és néhány egyéb változó került még beválogatásra. Jelenleg a 2002. márciustól 2013. decemberig terjedő időszak az, ahol a változóhalmaz minden idősorára rendelkezésre áll adat. A változók neveit tartalmazó részletes lista a *Melléklet A részében* található.

## 2.2.2. A MAGYARÁZÓ VÁLTOZÓK IDŐBELI KIEGYENSÚLYOZÁSA

A listában szereplő változók  $\mathbf{X}_t^* = \{x_{it}^*\}_{i=1}^{79}$  adathalmaz a végpontok tekintetében nem kiegyensúlyozott: ez azt jelenti, hogy a hónap egy adott napján változónként különbözik, hogy melyik az a legutolsó időszak, amelyre vonatkozóan már elérhető adat. A *Melléklet A részében* látható változólista esetén azt is feltüntettük, hogy egyes változóknál tárgyhónapra a hónap vége után hány nappal áll rendelkezésre adat. Az eljárás következő lépéseként Altissimo et al. (2007) cikkében leírt javaslattal élünk, a végpontok tekintetében kiegyensúlyozottá tesszük a változóhalmazt a következő transzformációt alkalmazva:

$$x_{it} = x_{i,t-k_i}^* \quad \text{ahol } k_i \text{ az } x_i^* \text{ változó hónapokban számított csúszása, } i = 1, \dots, n,$$

ahol  $x_{it}$  jelöli az  $i$ -dik változó  $t$ -edik időpontbeli értékét;  $x^*$  az eredeti,  $x$  a transzformált változó. Vagyis az idősorokat eltoljuk a jelen felé úgy, hogy ennek eredményeként minden változó utolsó rendelkezésre álló értéke a vizsgálat időpontjának megfelelő hónapra legyen időzítve.

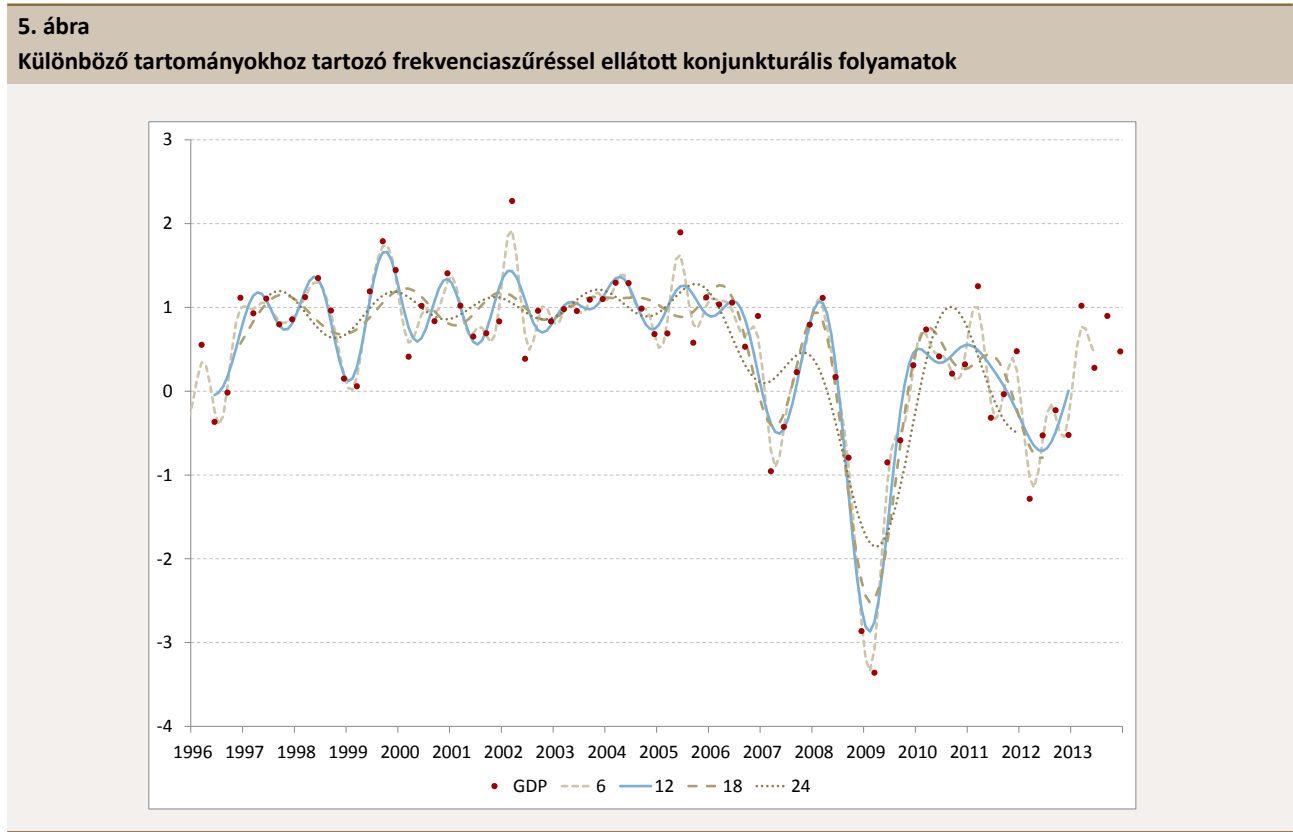
## 2.2.3. A KÖZÉP- ÉS HOSSZÚ TÁVÚ KOMPONENS KISZÁMÍTÁSA

A konjunkturális folyamatok közép- illetve hosszú távú komponensének megragadására bevett módszer az  $y_t$  célváltozó egyedi vagy rövid távú fluktuációktól való megtisztítása. Az utóbbi cél eléréséhez Christiano és Fitzgerald (2003) tanulmányát vesszük alapul, mely az úgynevezett band-pass szűrőt javasolja. A spektrális reprezentációs tételre támaszkodva ennek segítségével választjuk szét a GDP idősorában megfigyelhető magas frekvenciás (1 évnél rövidebb távú) átmeleti kilengéseket a közép- és hosszú távú alakulásoktól. A gazdasági növekedés idősorának átmeneti kilengéseitől megtisztított  $c_t$ ,  $t = 1, \dots, T - 12$  idősort nevezük a későbbiekben frekvenciaszűrt GDP-nek. A GDP egyedi – a gazdaság csak egy kisebb részét érintő hatásból adódó – ingadozását majd a célváltozó széles információs bázisra történő vetítésével szűrjük ki.

<sup>14</sup> A késleltetéseket 1-12 havi időtávon futtattuk, de 4 hónapnál nagyobb késleltetés mellett nem találtunk olyan együttmozgó változót, amely az 1-4 havi késleltetéseknél már ne szerepelt volna a legjobbak között. Az illeszkedés mérésére az úgynevezett  $R^2$  mutatót használtuk, amely a GDP-nek a regresszió által magyarázott varianciarányada.

Az 5. ábrán a GDP idősorára 6,12,18,24 havi periódushosszhoz tartozó aluláteresztő frekvenciaszűrő alkalmazásával nyert idősorokat tüntettük fel.

Az 5. ábra alapján arra azt a következtetést vontuk le, hogy az egy évnél rövidebb távhoz tartozó, magas frekvenciájú zajokat szükséges eltávolítani, hogy kiszűrjük a gazdaság rövidebb távú fluktuációit. Ugyanakkor az egy évnél alacsonyabb frekvenciájú (18 és 24 hónap) paraméterezésnél a szűrő esetenként túl sok információt távolít el az idősorból. Ezen okokból kifolyólag az egy évnél rövidebb periódusú fluktuációkat szűrjük a későbbiekben, így kapva a konjunkturális alapfolyamatokat leíró  $c_t$  idősort.



A frekvenciaszűrt GDP idősort az alábbi formulával számíthatjuk

$$c_t = \beta(L)y_t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_k y_{t-k}, \quad \beta_k = \begin{cases} \frac{\sin(k\pi/6)}{k\pi} & \text{ha } k \neq 0 \\ 1/6 & \text{ha } k = 0, \end{cases}$$

ahol  $\beta(L)$  az a band-pass szűrő, amely az évesnél nem nagyobb frekvenciájú hullámokat hagyja meg,  $y_{t-k}$  pedig a folyamat  $k$ . autokovarianca-értéke. A szűrő kellemetlen tulajdonsága, hogy, bár szimmetrikus volta miatt a kapott idősor a konjunkturális folyamatokkal időszerűen együtt mozog, jövőbeni adatokat is felhasznál. Ennek közvetkezményeként az  $c_t$  idősor utolsó 12 hónapja nem áll rendelkezésre.

E probléma feloldására kétféle módszerhez folyamodhatunk. Kézenfekvő választás, hogy a band-pass szűrő alkalmazása előtt valamely egyszerű ökonometriai vagy akár az MNB-ben használt közgazdasági összefüggéseket is alkalmazó modell segítségével előrejelezzük a GDP várható alakulását. A prognózis felállítását elkerülendő – ugyanakkor felhasználva azt a feltételezést, hogy egyéb gazdasági mutatók meghatározzák a konjunktúra  $c_t$  elméleti alapfolyamatát –, a jelenbeli keresztmetszeti mintából becsüljük azt.

## 2.2.4. A MÖGÖTTES GAZDASÁGI FOLYAMATOK MEGHATÁROZÁSA

Az adatbázis fenti átalakításai után a változóhalmaz közép- illetve hosszú távú komponenseire főkomponens-felbontást végzünk, vagyis meghatározzuk azokat a látens változókat, melyek a mögöttes gazdasági folyamatokat reprezentálják.

A főkomponens-elemzés a többváltozós statisztika bevett módszere. Alkalmazásával egy sok változóból álló adathalmaz varianciáját közelítően le tudjuk írni lényegesen kevesebb egymástól független változó – ezeket nevezzük főkomponenseknek – segítségével. Ezek a változók technikailag többdimenziós vektorokként értelmezhetők – közvetlen közgazdasági interpretációjuk azonban általában nem adható meg további megkötések nélkül –, amelyek több gazdasági folyamatból álló halmaz idősorainak ingadozásait néhány – a gazdaság szinte minden területén megfigyelhető – mögöttes folyamattal magyarázzák meg.

$$x_{it} = \chi_{it} + \xi_{it},$$

ahol  $\chi_{it}$  a közös és  $\xi_{it}$  az idioszinkratikus (egyedi) komponens. A  $\chi_{it}$  közös rész az  $F_{kt}$ ,  $k = 1, \dots, r$  főkomponensek segítségével felírható a

$$\chi_{it} = d_{i1}F_{1t} + d_{i2}F_{2t} + \dots + d_{ir}F_{rt}, \quad i = 1, \dots, n$$

alakban.

A módszer segítségével kapható  $F_{kt}$  látens változók a változóhalmaz varianciájának legnagyobb hányadát képesek magyarázni. Amennyiben az időszakok és változók száma megfelelően nagy, úgy tekinthetjük (lásd Forni et al., 2005), hogy ezzel a változóhalmaz közelítő faktorfelbontását kaptuk: elkülönítjük egymástól a változók közép- és hosszú távú komponenseinek egyedi ingadozásait a gazdaságban általánosan érvényesülő fluktuációt leíró komponensektől. A vizsgálatba bevett főkomponensek  $r$  számát Bai és Ng (2002) alapján határoztuk meg.<sup>15</sup>

## 2.2.5. A VÉGLEGES INDIKÁTOR BECSLÉSE

Végző lépésként a növekedési alapfolyamatot leíró komponens jelenbeli értékére vonatkozó becslését az előbb számított faktorok lineáris kombinációjaként határozzuk meg.

A múltra 12 havi késleltetéssel rendelkezésre áll az az eddig megfigyelt frekvenciaszűrt konjunkturális alapfolyamat, amely alapján a faktorok és ezen folyamat között levő historikus egyidejű kapcsolat lineáris regressziója becsülhető

$$c_t = b_1F_{1t} + b_2F_{2t} + \dots + b_rF_{rt} + \mu_t, \quad t = 1, \dots, T - 13$$

alakban. Ezeket a  $b_j$  együtthatókat felhasználva a következő összefüggés segítségével nyerjük a gdp közép- és hosszútávú komponensét megragadó teljes időszakos idősor (HuCoin<sup>\*</sup>),

$$\text{HuCoin}_{t,T}^* = b_1F_{1t} + b_2F_{2t} + \dots + b_rF_{rt}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Az így számított indikátor önmagában is értelmezhető, azonban az utólagos revíziót elkerülendő minden egyes tárgyidőszakban a HuCoin<sup>\*</sup> mutatónak csak az utolsó időpontra számított értékét tartjuk meg, majd ezeket a végponti értékeket összekötve kapjuk a GDP közép- ill. hosszútávú folyamatait megragadó HuCoin indikátort.

$$\text{HuCoin}_T = \text{HuCoin}_{T,T}^*, \quad T = \dots, 2014Q3$$

<sup>15</sup> Ezen bekezdés lépéseinek egy részletesebb és formálisabb leírását a *Melléklet B* részében megadtuk.



## 3. Eredmények

A kapott eredmények mérlegeléséhez érdemes számba venni, hogy mik azok a szempontok, amelyek alapján értékelhetjük a HuCoin indikátort, mint konjunktúramutatót:

- Az alapfolyamatokat megragadó indikátor rövid távú eltérésektől eltekintve az aktuális GDP közelében marad;
- Új adat beérkezésekor az indikátor időszora minél kisebb mértékben revideálódik (a revízió időben minél rövidebb távra nyúljon vissza és keresztmetszetben minél kisebb méretű legyen);
- Jól jelzi a konjunktúra alapfolyamatainak fordulópontjait;
- Tárgyidőszakra vonatkozóan kis késleltetéssel áll rendelkezésre;
- A gazdaság szereplői és döntéshozói számára döntés-előkészítési szempontból megfelelő gyakorisággal állítható elő és értékelhető ki.

Az 6. ábrán a HuCoin indikátor az MNB 2014. novemberi rövid távú előrejelző modellje (RTER) által felhasznált adatbázisa alapján előállított időszora mellett (végponti HuCoin), referenciaként szerepeltettük még a negyedéves GDP 3 havi változásának indexét (GDP) és ennek frekvenciaszűréssel kapott alapfolyamatot leíró komponensét (frekvenciaszűrt GDP).

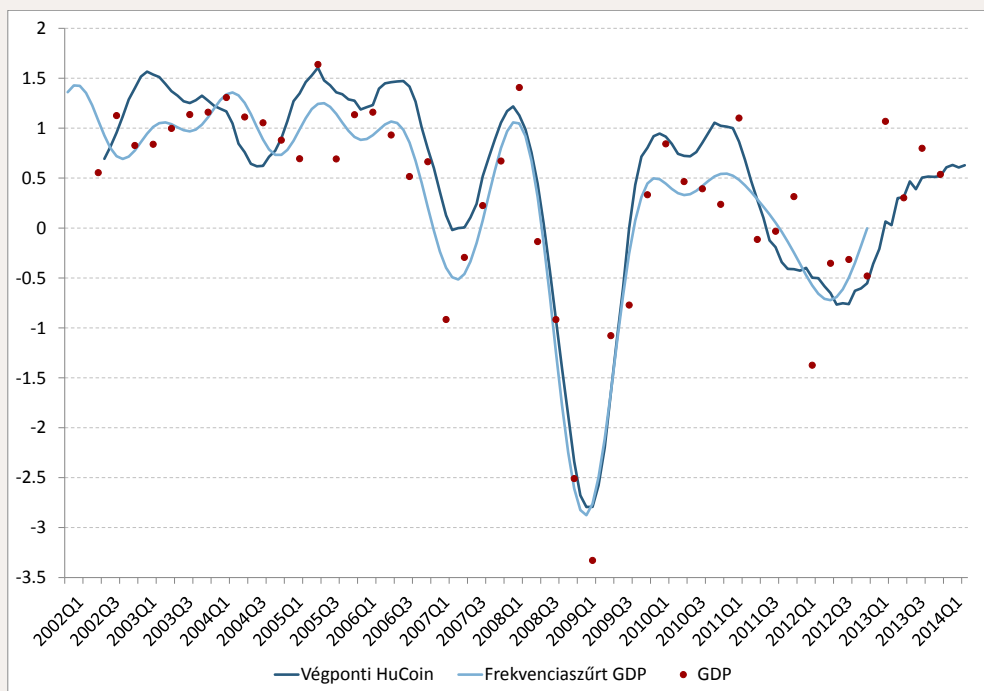
A GDP időszor olyan frekvenciaszűrése, amely tárgyidőszakhoz képest 12 havi jövőbeli adatot is felhasznál, a későbbiekben érdeemben nem revideálódik: a felrajzolt frekvenciaszűréssel kapott alapfolyamatot leíró komponensek gyakorlatilag fedik egymást.<sup>16</sup> Amennyiben úgy ítéljük meg, hogy a frekvenciaszűréssel kapott időszor jól leírja a GDP-nek a rövid távú volatilitástól mentes komponensét, akkor annak múltbeli értékei viszonyítási pontként szolgálhatnak a valós idejű mutató kiértékelésekor. Az eredeti negyedéves GDP növekedés időszor szórását az alapfolyamatokat leíró frekvenciaszűrt GDP növekedés időszorának szórásával összevetve megállapíthatjuk, hogy az alapfolyamat szórása a válságot követő időszakban 33%-kal alacsonyabb.

Látható, hogy a HuCoin a frekvenciaszűrt időszorhoz hasonlóan nem tartalmaz rövid távú fluktuációt – illetve csak minimális mértékben –, de azzal ellentétben nem használ fel egy adatpont kiszámításához az adatponthoz képest jövő idejű értékeket. Emellett elmondható még, hogy fordulópontokat tekintve a HuCoin időszor általában előidejű vagy egyidejű a GDP növekedési időszorával, és jól visszaadja a frekvenciaszűrt időszor fordulópontjait.

<sup>16</sup> A kijelentés pontosítására megjegyezzük, hogy a gyakorlat során a GDP egyetlen – legfrissebb – évjáratát használtuk, mivel nem az volt a célunk, hogy a KSH adatrevíziós gyakorlatát is becsüljük. Visszamenőleges KSH revízió esetén természetesen az itt bemutatott közép- illetve hosszú távú komponens is jelentős revízióknak van kitéve.

6. ábra

A negyedéves GDP és kétféleképp számított alapfolyamatot leíró komponense (negyedéves változás)



További elvárás a konjunktúraindikátorral szemben, hogy új adatok beérkezésekor ne legyen nagy a visszamenőleges módosulása. A végponti HuCoin indikátor konstrukciója folytán nem revidéálódik, de a régebbi adatpontjai így nem tartalmazzák az esetlegesen bejövő – a múltra vonatkozó – új információt. Annak vizsgálatára, hogy ennek a magyar GDP esetében mekkora a jelentősége, feltüntettük 7. ábrán a *HuCoin*\* utolsó öt értékét minden becslési időpontra a benchmarknak tekintett frekvenciaszűrt alapfolyamatot leíró komponens mellett.

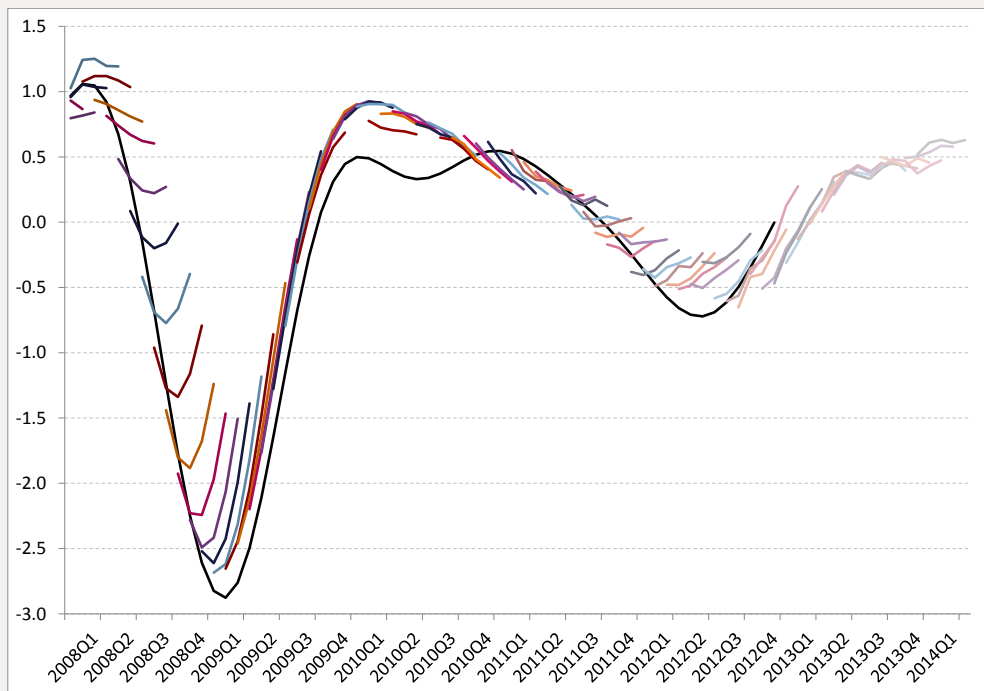
Az ábra alapján a *HuCoin*\* indikátor a válság beköszöntekor és a 2012. év folyamán jelentősen revidéálódott, de ez egy elméleti összefüggéseket nem felhasználó módszertől nem meglepő: az alternatívaként rendelkezésre álló konjunktúramutatók – különös tekintettel a GDP növekedés idősorára – revíziós tulajdonságai sem voltak lényegesen jobbak ebben az időszakban.

Az EuroCoin indikátor esetében is gyakorlat az, hogy az itt leírt módszerrel az egyes időpontokban készített mutatók utolsó hónapra számolt értékét veszik figyelembe, s ezeket az értékeket összekötve képzik a hivatalosan publikált EuroCoin mutatót. Az előállítás mikéntjéből következően az EuroCoin egyáltalán nem revidéálódik új adat beérkezésével.<sup>17</sup>

<sup>17</sup> Hasonló okokból az EuroCoin a GDP-nek az EUROSTAT statisztikai hivatal által végzett revíziójánál sem revidéálódik.

7. ábra

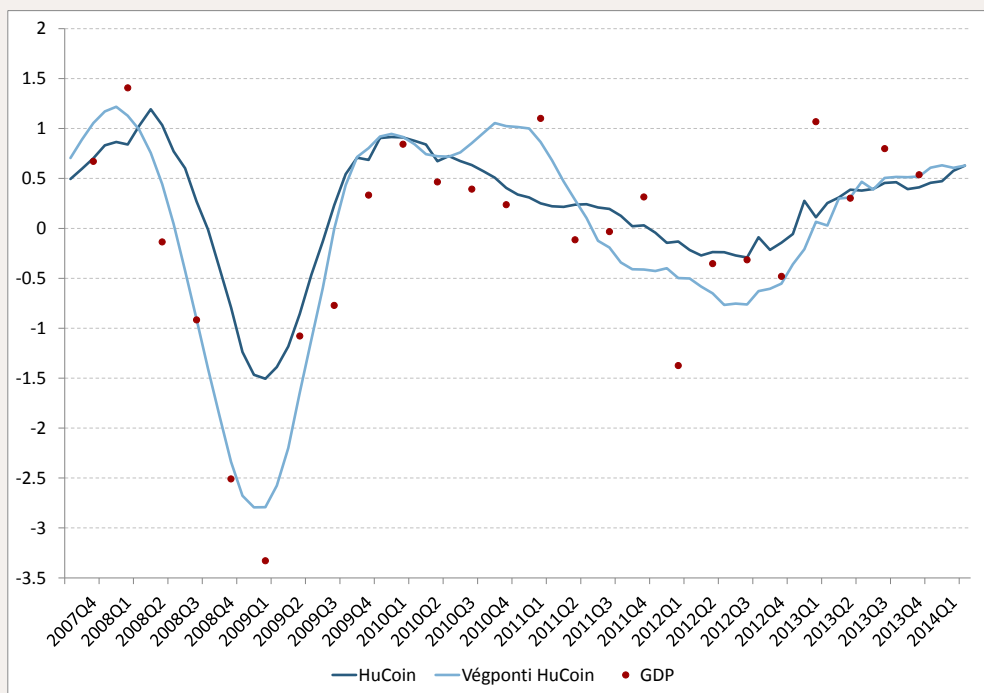
A HuCoin indikátor revíziója új adat hatására illetve a GDP közép- és hosszú távú komponense (negyedéves változás)



A 8. ábrán illusztráljuk a 7. ábra egyes HuCoin évjáratok végpontjainak összekötésével keletkező nem revidálódó HuCoin mutatót (HuCoin) az utolsó HuCoin évjárárral (végponti HuCoin) és a GDP negyedéves változásának indexével együtt.

8. ábra

A historikus HuCoin becslések végpontjaiként kapott HuCoin idősor (negyedéves változás)



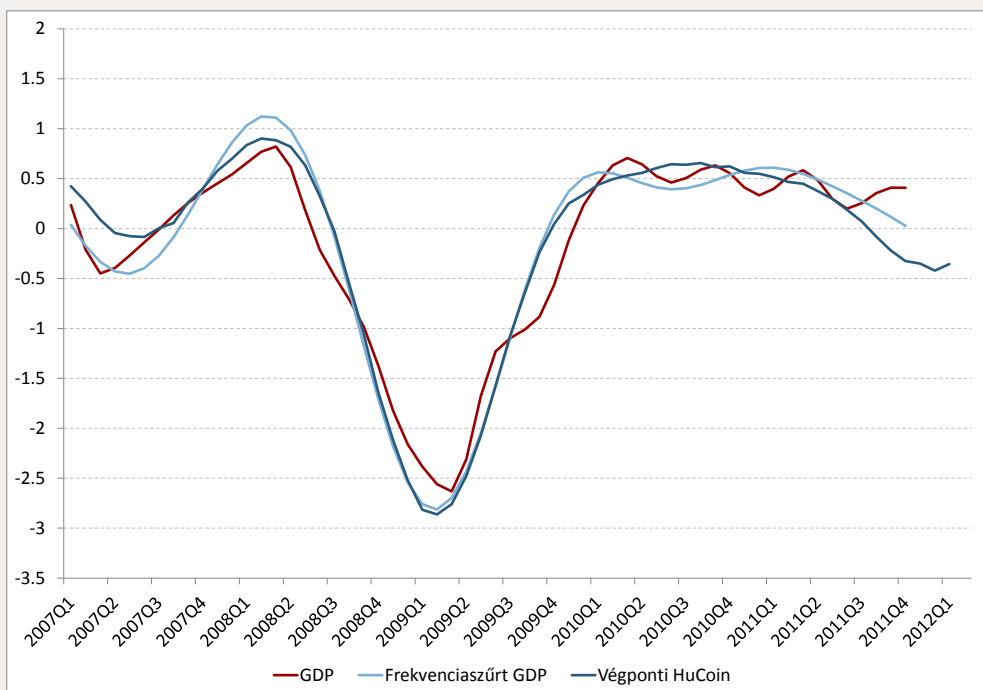
### 3.1. Két példa az indikátor gyakorlati hasznosítására

Ebben a bekezdésben 2012 januárjának konjunktúraértékelési szituációjával illusztráljuk, hogyan segíthet a HuCoin mutató a konjunktúra alapfolyamatainak megítélésében. 2012 januárjában a 2011 negyedik negyedéves GDP adata még nem volt KSH adatközlés, és az addigi adatok alapján bizonytalan volt, hogy fordulópontra számíthatunk-e a GDP növekedésben. A 9. ábrán a 2012 januárjában rendelkezésre álló GDP növekedési idősort (GDP), a jelenlegi legfrissebb GDP adatokból frekvenciaszűréssel számolt alapfolyamatot leíró komponenst (Frekvenciaszűrt GDP) és a 2012. januárban rendelkezésre álló adatok alapján számolt (végponti) HuCoin mutatót tüntettük fel.

Látható, hogy az azóta rendelkezésre álló adatok felhasználását figyelembe vevő frekvenciaszűrés segítségével előállított komponensben nincs fordulat 2011. harmadik negyedévében. Ezzel jó egyezést mutat a csak 2012 januárjában rendelkezésre álló adatok felhasználásával előállított HuCoin indikátor 2012. januári évjárata, így ebben az időszakban hasznos segítséget nyújthatott volna annak eldöntésében, hogy a konjunktúra alapfolyamataiban történt-e kedvező fordulat.

9. ábra

A HuCoin indikátor valós idejű teljesítményének értékelése 2012 januárjában (negyedéves változás)

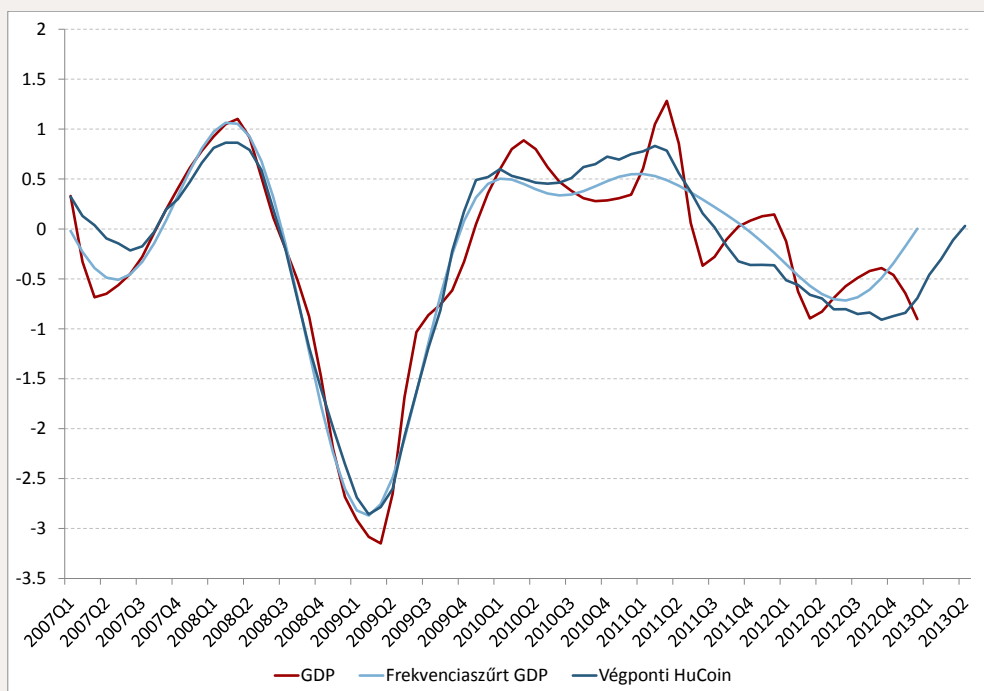


Egy másik historikus példán keresztül 2013 áprilisának, az előző esethez hasonló problémáját mutatjuk be. Ekkor még nem volt adat a GDP 2013 első negyedéves növekedésére vonatkozóan, és nehezen volt eldönthető, hogy a korábbi negyedévek volatilis időszaka alapján milyen irányba mozdulhat a konjunktúra. Kérdéses volt, hogy elérkezett-e a trendforduló ideje. A 10. ábrán a 2013 áprilisában rendelkezésre álló GDP növekedési idősort, a legfrissebb GDP adatokból frekvenciaszűréssel számolt alapfolyamatokat leíró komponenst (Frekvenciaszűrt GDP), és a 2013 áprilisában rendelkezésre álló adatok alapján számolt (végponti) HuCoin mutatót tüntettük fel.

Az azóta már rendelkezésre álló adatok alapján számolt frekvenciaszűrt GDP szerint fordulat következett be ebben az időszakban, amit a 2013 áprilisában rendelkezésre álló adatok segítségével készített HuCoin indikátor is jól jelez. Ennek következtében az indikátor az előző esethez hasonlóan segítséget adhatott volna annak eldöntésében, hogy bekövetkezik-e a növekedési fordulat.

#### 10. ábra

#### A HuCoin indikátor valós idejű teljesítményének értékelése 2013 áprilisában (negyedéves változás)



---

## 4. Összegzés

E cikkünkben Altissimo et al. (2007) tanulmánya alapján az MNB rövid távú előrejelző modell (RTER) projektjéhez létrehozott és karbantartott adatbázisának felhasználásával elkészítettünk egy a magyar reálgazdasági konjunktúra alapfolyamatait megragadó indikátort (HuCoin). A használt módszer során a gazdaság széles tartományát felölelő, kis késleltetéssel, havi frekvencián rendelkezésre álló makrováltozókból képeztünk lassan változó dinamikus faktorkomponenseket, majd ezen komponensek és a GDP között historikusan fennálló lineáris kapcsolatot felhasználva becsültük meg a konjunktúra alapfolyamatát.

A mutató elkészítésének módszeréből következően számos előnyös tulajdonsággal bír: havi frekvencián és kis késleltetéssel áll rendelkezésre, mentes a konjunktúra rövid távú fluktuációitól, transzparens módon széles információs bázison képződik, revíziótól mentes és a gazdaságban termelt hozzáadott érték minden komponensét tartalmazza.

Végül az indikátor gyakorlati alkalmazására tekintettük a 2012. januári illetve 2013. áprilisi konjunktúra-értékelés dilemmáját, ahol a HuCoin valós időben nyújthatott volna a konjunktúra helyes megítélését segítő információt.

---

# Hivatkozások

ALTISSIMO, F., A. BASSANETTI, R. CRISTADORO, M. FORNI, M. HALLIN, M. LIPPI, L. REICHLIN AND G. VERONESE (2001), *EuroCOIN: A Real Time Coincident Indicator of the Euro Area Business Cycle*, CEPR Discussion Papers 3108, C.E.P.R. Discussion Papers.

ALTISSIMO, F., R. CRISTADORO, M. FORNI, M. LIPPI AND G. VERONESE (2007), *New Eurocoin: Tracking Economic Growth in Real Time*, Temi di discussione (Economic working papers) 631, Bank of Italy, Economic Research and International Relations Area.

ARNAUD, B. AND E.-P. HONG (2001), 'Comparison of compilation methodologies for the Composite Leading Indicators of Euro area', *Organisation for Economic Co-operation and Development*,

BAI, J. AND S. NG (2002), 'Determining the Number of Factors in Approximate Factor Models', *Econometrica*, vol. 70 no. 1, pp. 191–221

BALATONI, A. (2014), 'SZIGMA: a hazai gazdaságra fejlesztett egyidejű és előidejű indikátorrendszer', *Statisztikai Szemle*, vol. 92 no. 2, pp. 109–138

CANOVA, F. (2007), 'Methods for Applied Macroeconomic Research', *Princeton University Press*,

CHRISTIANO, L. J. AND T. J. FITZGERALD (2003), 'The Band Pass Filter', *International Economic Review*, vol. 44 no. 2 (May), pp. 435–465

FORNI, M. AND M. LIPPI (2001), 'The Generalized Dynamic Factor Model: Representation Theory', *Econometric Theory*, vol. 17 no. 06, pp. 1113–1141

FORNI, M., M. HALLIN, M. LIPPI AND L. REICHLIN (2005), *The generalised dynamic factor model: one sided estimation and forecasting*, ULB Institutional Repository 2013/10129, ULB – Université Libre de Bruxelles.

KING, R. G. AND S. T. REBELO (1993), 'Low frequency filtering and real business cycles', *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 17 no. 1-2, pp. 207–231

STOCK, J. H. AND M. W. WATSON (1998), *Diffusion Indexes*, NBER Working Papers 6702, National Bureau of Economic Research, Inc.

# 5. Melléklet

## A melléklet

### 1. táblázat

#### A főkomponens-analízis során alkalmazott változólista

Változó neve	Késleltetés (nap)
1 FAO Élelmiszerár-index	7
2 Nemzetközi olajár, spot, dollárban	0
3 Maginfláció, indirekt adó szűrt, indirekten igazított, havi	15
4 Ipari termelés (importtal súlyozva), fejlett országok	55
5 Import, Euroövezet	55
6 Világszintű kereskedelem	55
7 Pénzügyi számlák, nettó hitelflow, vállalatok, rövid devizahitelek	22
8 Pénzügyi számlák, nettó hitelflow, vállalatok, rövid forintheitelek	22
9 Épületek - Szerződésállomány tárgyhoz végén - volumenindex	50
10 Az építőipari termelés volumenindexe - szezonálisan igazított	50
11 Ipari értékesítés - Belföld - volumenindex - szezonálisan igazított	45
12 Az ipari termelés volumenindexei - Beruházási javakat gyártó ágazatok	45
13 Az ipari termelés volumenindexei - Energiatermelő ágazat	45
14 Az ipari termelés volumenindexei - Fogyasztási cikkeket gyártó ágazatok összesen	45
15 Ipari termelés - Volumenindex - Járműgyártás - szezonálisan igazított	45
16 Az ipari termelés volumenindexei - Tartós fogyasztási cikkeket gyártó ágazatok	45
17 Az ipari termelés volumenindexei - Tovább-felhasználásra termelő ágazatok	45
18 Rendelésállomány összes új - Kiemelt ágazatok összesen új - szezonálisan igazított	45
19 Német új export rendelések, gépek	50
20 Német új export rendelések, közlekedési berendezés	50
21 Német új rendelések, közbeszó termékek	50
22 Euroövezet harmonizált fogyasztói árindex (HICP)	15
23 Forint/euró árfolyam	0
24 3 hónapos jegybanki kamat	0
25 5 éves benchmark kamat	0
26 Kiskereskedelmi értékesítések, tartós cikkek	56
27 Kiskereskedelmi értékesítések, élelmiszer jellegű vegyes	56
28 Kiskereskedelmi értékesítések, iparcikk jellegű vegyes	56
29 Piaci szolgáltatások foglalkoztatottság, teljes munkaidős fizikai, int. stat.	50
30 Mezőgazdaság nélküli versenyszektor foglalkoztatottsága, teljes munkaidős fizikai, int. stat.	50



	Változó neve	Késleltetés (nap)
31	Feldolgozóipar foglalkoztatottság, teljes munkaidős, int. stat.	50
32	Újonnan regisztrált álláskeresők száma	10
33	Munkanélküliség, LFS	30
34	Regisztrált álláskeresők száma	10
35	Üres álláshelyek állománya	10
36	Versenyszektor bérek, teljes munkaidős, intézményi statisztika	50
37	Ledolgozott túlórák száma/fő, versenyszektor	50
38	M3, igazított	31
39	Áruimport érték, BoP	42
40	Szolgáltatásimport érték, BoP	42
41	Import gázár	1
42	Import egységérték index	60
43	PPI Továbbfelhasználásra termelő ágazatok és energiatermelő ágazatok	30
44	PPI Tartós fogyasztási cikkeket gyártó ágazatok	30
45	PPI Nem tartós fogyasztási cikkeket gyártó ágazatok	30
46	Export egységérték index	60
47	CPI alapú realárfolyam	15
48	PPI alapú realárfolyam	30
49	Bizalmi indikátor, üzleti környezetre vonatkozó, euroövezet	0
50	Bizalmi indikátor, építőipar, megrendelések aktuális alakulása (igazított)	0
51	Bizalmi indikátor, építőipar (igazított)	0
52	Bizalmi indikátor (igazított)	0
53	Bizalmi indikátor, fogyasztói, EU (igazított)	0
54	Bizalmi indikátor, fogyasztói, pénzügyi helyzet a következő 12 hónapban (igazított)	0
55	Bizalmi indikátor, fogyasztói, gazdasági helyzet a következő 12 hónapban (igazított)	0
56	Bizalmi indikátor, fogyasztói, munkanélküliségi várakozások a következő 12 hónapra (igazított)	0
57	Bizalmi indikátor, fogyasztói, nagyobb vásárlások a következő 12 hónapban (igazított)	0
58	Bizalmi indikátor, fogyasztói (igazított)	0
59	MNB súlyozott lakossági bizalmi indikátor	0
60	Bizalmi indikátor, ipari, Euroövezet (igazított)	0
61	Bizalmi indikátor, ipari, termelési trend az adott hónapban (igazított)	0
62	Bizalmi indikátor, ipari, rendelések értékelése (igazított)	0
63	Bizalmi indikátor, ipari, termelési várakozások a következő hónapra (igazított)	0
64	Bizalmi indikátor, ipari, foglalkoztatottsági várakozások a következő hónapra (igazított)	0
65	Bizalmi indikátor, kiskereskedelmi, üzleti tevékenységre vonatkozó várakozások a következő 3 hónapra (igazított)	0

Változó neve	Késleltetés (nap)
66 Bizalmi indikátor, szolgáltatások, EU (igazított)	0
67 Bizalmi indikátor, szolgáltatások, keresleti várakozások a következő 3 hónapra (igazított)	0
68 Bizalmi indikátor, szolgáltatások, foglalkoztatottsági várakozások a következő 3 hónapra (igazított)	0
69 IFO üzleti várakozások indexe, egyensúly	0
70 IFO üzleti helyzet, egyensúly	0
71 OECD CCI, sztenderdizált, igazított amplitúdójú, Európa	45
72 OECD CCI, sztenderdizált, igazított amplitúdójú, HU	45
73 Tőzsdeindex Budapest (BUX)	0
74 Tőzsdeindex Prága (PX)	0
75 Tőzsdeindex Stoxx Europe 600 tőzsdeindex - 600 európai tőzsdei cég	0
76 Tőzsdeindex Varsó (WIG)	0
77 Áruexport érték (BoP)	42
78 Szolgáltatásexport érték (BoP)	42
79 Felvevőpiacaink áruimport volumene	55

## B melléklet

A melléklet ezen részében mutatjuk be, hogy a változók halmazához hogyan készítjük el a GDP alapfolyamatát leíró közelítő faktorokat.

Dinamikus faktormodellek becslésének egyik szokásos módszere az, hogy a változók időszereiből álló stacionárius vektorfolyamatnak elkészítjük a spektrálfelbontását Fourier-transzformációval és a spektrális kovarianciamátrixok statikus faktormodelleket becslünk megfelelően sűrű frekvenciaközzel. Az ilyen módszerrel frekvenciánként számolt statikus faktorokat aztán inverz Fourier-transzformációval visszaaggregáljuk időtartományba és megkapjuk a dinamikus faktorokat.<sup>18</sup>

Formálisabban, legyen zéró várható értékű  $x_t$  valószínűségi változókból alkotott vektorok stacionárius sorozata. Ekkor létezik független növekményű  $Z(\omega)$  valószínűségi folyamat, hogy

$$x_t = \int_{-\pi}^{\pi} e^{it\omega} dZ(\omega)$$

Ezt nevezzük az  $x_t$  stacionárius valószínűségi változók sorozatához tartozó spektrális reprezentációnak. Ha

$$\Gamma_j = E(x_t' x_{t-j})$$

jelöli a sorozat autokovariancia-mátrixát  $j$  késleltetés mellett, akkor a sorozat  $\Sigma(\omega)$  spektrális kovarianciamátrixára egy adott  $\omega$  frekvenciánál<sup>19</sup>:

$$\Sigma(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-ij\omega} \Gamma_j.$$

Illetve a megfordított összefüggés:

$$\Gamma_j = \int_{-\pi}^{\pi} e^{ij\omega} \Sigma(\omega) d\omega.$$

Érvényes továbbá még, hogy

$$\Sigma(\omega) = E(dZ(\omega)' dZ(\omega)).$$

Ez utóbbi összefüggés intuitíven azt jelenti, hogy a spektrálreprezentáció súlyozását, vagyis az egyes frekvenciákhoz rendelt valószínűségi változók variancia-kovariancia mátrixát a fentiek szerint definiált  $\Sigma(\omega)$  spektrális kovarianciamátrix adja.

A fentiek ismeretében a rendelkezésre álló változók adataiból a következőképp becsülhetjük a dinamikus faktorok alacsony frekvenciás (alapfolyamatot leíró) komponensét. Az autokovariancia-mátrixokat minden késleltetésnél közvetlenül az adatokból becsülhetjük, csak a populációs várható értéket kell a mintaátlaggal helyettesíteni. A becslést elvileg az összes lehetséges, – tehát végtelen sok – késleltetésre szükséges lenne elvégezni, de gyakorlatban véges közelítést kell alkalmaznunk. Az Altissimo et al. (2007) tanulmány havi frekvencián 24 késleltetéssel számol, mi is ezt az értéket választottuk. A hiányzó késleltetéseknél a kovarianciamátrixokat azonosan nulla mátrixnak tekintettük, és így alkalmaztuk a fenti képleteket.

<sup>18</sup> Dinamikus faktormodellekről és a stacionárius folyamatok spektrális reprezentációjáról ld. pl. Canova 2007

<sup>19</sup>  $\omega$  itt valójában nem frekvencia hanem szögsebesség. A kettő között egy-egy értelmű egyenes lineáris kapcsolat áll fenn. Az általunk áttekintett irodalomban a frekvencia megnevezést használják, mi is így járunk el.

Az autokovarianca-mátrixok birtokában elvileg elméletileg bármilyen  $\omega$  frekvenciánál kiszámíthatjuk a fenti képlet alapján a spektrális kovarianciamátrix értékét. Az általunk alapnak tekintett előbb említett cikknek megfelelően 48 részre osztottuk a  $(-\pi, \pi)$  intervallumot, és az osztáspontokra számoltuk ki az értékeket.

Az eredeti  $x_t$  folyamat alacsony frekvenciás (alapfolyamatot leíró) komponensének  $S_0$  autokovariancia-mátrixát megkaphatjuk, ha az előbb kiszámított spektrális kovarianciamátrixok közül csak az alacsony frekvenciás komponenseket vesszük figyelembe, amikor elvégezzük a frekvenciatartományból frekvenciatartományból időtartományba történő inverz Fourier-transzformációt. Mivel mi az évesnél nem kisebb periódusú ingadozásokra voltunk kíváncsiak, és havi frekvencián 12 időpont felel meg egy évnek, ezért a  $2\pi/12$ -nél kisebb abszolút frekvencához tartozó spektrális kovarianciamátrixokra alkalmaztuk az inverz transzformációt.

Az  $S_0$  alacsony frekvenciás kovarianciamátrix főkomponens-felbontásával fogjuk becsülni a lassan változó  $F_k$  faktorokat. Ehhez olyan  $\mu$  vektorokat kell keresnünk, amelyekkel mint súlyokkal lineárisan kombinálva  $x_t$  koordinátáit, a kapott valószínűségi változó varianciája egységnyi, ugyanakkor a közép- illetve hosszú távú rész varianciájából minél többet magyaráz:

$$\mu' S_0 \mu \rightarrow \max;$$

$$\mu' \Gamma_0 \mu = 1.$$

Rövid meggondolással adódik, hogy ez a feladat egy általánosított sajátérték-problémára vezet, vagyis a megoldás az első néhány általánosított sajátvektor lesz, míg a magyarázott varianciahányadot a megfelelő általánosított sajátértékek adják.

Annak meghatározására, hogy hány sajátvektort érdemes választani a sajátérték feladat megoldásából, a dinamikus faktormodellek elméletéből vett Bai, Ng (2002, 2005) kritériumot használjuk. Ennek alapján 6 faktor megtartása mellett döntöttünk.

A faktorokra, mint magyarázó változókra, ezek után historikusan regresszálhatjuk a GDP egyszerű frekvenciaszűréssel számolt alapfolyamatot leíró komponensét, így megkapjuk annak magyarázó változókkal vett kovariancia-mátrixát (az együtthatómátrixot). Mivel a faktorokat valós időben és havi frekvencián elő tudjuk állítani, ezért az együtthatómátrix becslésnek birtokában a GDP alapfolyamatot leíró komponensének valós idejű becslése is egyszerűen előállítható a továbbiakban minden hónapra.

**MNB-tanulmányok 120.**

A GDP növekedés középtávú folyamatainak új mutatója

Budapest, 2014. augusztus

