



Békési László–Köber Csaba–Kucsera Henrik–
Várnai Tímea–Világi Balázs

Az MNB makrogazdasági előrejelző modellje

MNB Working Papers 4

2016





Békési László–Köber Csaba–Kucsera Henrik–
Várnai Tímea–Világi Balázs

Az MNB makrogazdasági előrejelző modellje

MNB Working Papers 4

2016



A jelen kiadványban megjelenő írások a szerzők nézeteit tartalmazzák, és nem feltétlenül tükrözik a Magyar Nemzeti Bank hivatalos álláspontját.

MNB Working Papers 2016/4

Az MNB makrogazdasági előrejelző modellje*

(The macroeconomic forecasting model of the MNB)

Írta: Békési László, Köber Csaba, Kucsera Henrik, Várnai Tímea, Világi Balázs

Budapest, 2016. október

Kiadja: Magyar Nemzeti Bank

Felelős kiadó: Hergár Eszter

1054 Budapest, Szabadság tér 9.

www.mnb.hu

ISSN 1585-5600 (online)

* Békési László (bekesil@mnb.hu) és Várnai Tímea (varnait@mnb.hu) elemzők, Világi Balázs (vilagib@mnb.hu) főosztályvezető, MNB Közgazdasági modellezési főosztály. Köber Csaba 2015 szeptemberéig, Kucsera Henrik 2015 decemberéig vett részt a modell fejlesztésében. A szerzők köszönettel tartoznak Molnár Györgynek, Soós Gábor Dánielnek és Szentmihályi Szabolcsnak, akik ötleteikkel és javaslataikkal támogatták a modellfejlesztés teljes folyamatát, az MNB Monetáris Tanácsa tagjainak, Bauer Péternek, Gábrriel Péternek, Pellényi Gábornak és Virág Barnabásnak, akikkel a szerzők részletesen megvitatták a különböző modell verziók eredményeit, továbbá Horváth Ágnesnek, aki a modell koncepciója kialakításában működött közre, Briglevics Tamásnak a tanulmány bírálójának, valamint Balatoni Andrásnak, Horváth Milánnak és Tóth Ferencnek, akik a tanulmány megírásához járultak hozzá megjegyzéseikkel.

Tartalomjegyzék

Összefoglaló	4
1 Bevezetés	5
2 A modell ismertetése	7
2.1 Aggregált kereslet	7
2.2 Aggregált kínálat	18
2.3 Pénzügyi akcelerátor	21
2.4 Monetáris politikai szabály, nominális árfolyam	22
2.5 Külföld	23
2.6 A modell megoldása	23
2.7 A modell kalibrálása	25
3 Impulzus válaszok elemzése	26
4 Összefoglalás	33
Appendix A	36
A.1 Log-linearizált modell	36
A.2 Az óvatossági motívum hatása a fogyasztói viselkedésre	42
A.3 A módosított fedezetlen kamatparitás	48
A.4 Relatív árak, árindexek és reálárfolyam mutatók	48

Abstract

The implications of the financial and macroeconomic crisis of 2007-2008 made the development of a new macroeconomic forecasting model necessary in the MNB. The model represents a small open economy. It is based on the DSGE philosophy but it deviates from it at several points.

The new features of the model, compared to previous forecasting models of the MNB, are that the debt constraint and the heterogeneity of households and financial accelerator mechanism through the financing constraints of the firms appear. From methodological point of view, it is important that the model deviates from rational expectation hypothesis at several points and treats expectations practically and flexibly.

The model parameters are calibrated according to experts' experience and SVAR estimations. The properties of the calibrated model are studied by impulse responses analysis, and the model fits to the MNB's forecasting framework successfully.

JEL: E21, E27, E31, E37, E44, E52.

Keywords: DSGE models, forecasting, precautionary motive, buffer stock model, heterogeneous households, financial accelerator, non-rational expectations.

Összefoglaló

A 2007-2008-as pénzügyi/makrogazdasági válság tanulságai szükségessé tették egy új makroökonómiai előrejelző modell fejlesztését az MNB-ben. A modell egy kis nyitott gazdaságot reprezentál, DSGE filozófián alapul, de több ponton eltér attól.

Az MNB eddigi előrejelzői modelljeihez képest újdonság, hogy a modellben megjelenik egyrészt a háztartások adósságkorlátja és heterogenitása, másrészt a vállalatok finanszírozási korlátainak hatásain keresztül a pénzügyi akcelátor mechanizmus. Módszertani szempontból lényeges, hogy a racionális várakozások hipotézistől több ponton eltér a modell, a várakozásokat pragmatikusan és rugalmasan kezeli.

A modell paramétereit szakértői tapasztalatok és SVAR becslések alapján kalibráltuk. A kalibrált modell tulajdonságait impulzus válaszok elemzése segítségével vizsgáltuk, a modell sikeresen illeszkedik az MNB előrejelzői rendszerébe.

1 Bevezetés

A Magyar Nemzeti Bank 2001 – az inflációs célkövetés bevezetése – óta publikál makroökonómiai előrejelzéseket, és az előrejelzések készítéséhez a kezdetektől felhasznált formális makroökonómiai modelleket. Eleinte olyan hagyományos ökonometria modellek támogatták az előrejelzést, mint a *NEM modell* (Benk et al., 2006) vagy a *Delphi modell* (Horváth et al., 2009). A 2000-es évek elejétől a *dinamikus sztochasztikus egyensúlyi modellek* (dynamic stochastic general equilibrium, DSGE) a tudományos élet mellett a jegybanki gyakorlatban is egyre nagyobb teret nyertek.¹ Mindezek hatására az MNB-ben is készült a magyar gazdaság adatai felhasználásával becsült DSGE modell (Jakab és Világi, 2008), de ez nem lett része az MNB előrejelző rendszerének. A 2011-ben bevezetett MPM modell volt az első DSGE-jellegű modell, amit a hivatalos előrejelzések készítésére használtak (Szilágyi et al., 2013).

A 2007-2008-as pénzügyi, majd az azt követő hosszán elhúzódó makrogazdasági válság után elkerülhetetlen volt, hogy a közgazdaságtudomány felülvizsgálja a standard feltevéseit és az ezen alapuló következtetései egy részét. Ez a folyamat a makroökonómiai modellezést sem hagyta érintetlenül. Éppen ezért az MNB-ben is sor került egy olyan új DSGE-jellegű modell fejlesztésére, ami hasznosítja a válságtanulságokat.

A 2007-2008-as pénzügyi válság azért érte váratlanul a közgazdász társadalom többségét, mert a makroökonómia fő kutatási területe a 2-8 éves konjunktúra ciklusok elemzése volt, amit főként technológia illetve preferencia sokkokkal magyaráztak. Ez a szűk fókusz pedig megakadályozta a makroökonómusok többségét, hogy észleljenek egy viszonylag új jelenséget, a pénzügyi ciklusokat (lásd Borio, 2012, és Drehmann et al., 2012).

A pénzügyi ciklusok hosszabbak és nagyobb amplitúdójúak, mint a normál konjunktúra ciklusok. Jellemző rájuk, hogy a fel-lendülés időszakában túlzott hitelkiáramlás figyelhető meg, amelynek során endogén módon olyan kockázatok épülnek fel – például részvénytőzsi vagy ingatlanár buborékok fújódnak fel –, amelyek rendszerszintű pénzügyi válságokhoz vezetnek, és amelyeket hosszú recesszió követ. A pénzügyi ciklusok igazán az 1980-as évek deregulációs hulláma után erősödtek fel.

Jelenleg a makroökonómiai modellezés fő kihívása az, hogy a normál konjunktúra ciklusok mellett a pénzügyi ciklusokat is képesek legyenek a modellek megragadni. Ehhez szükség van arra, hogy a pénzügyi közvetítő rendszer sajátosságait megjelenítsék a modellekben. Nyilvánvalóvá vált, hogy a tőkeáttétel döntések és a likviditási helyzet kulcsfontosságú a pénzügyi ciklusok kialakulása szempontjából, lásd Geanakoplos (2009) és Gorton (2014).²

Hangsúlyozni kell, hogy jelenleg nem létezik olyan modell, amely képes teljesen integrálni a pénzügyi és a normál konjunktúra ciklusokat, illetve képes megragadni a pénzügyi ciklusok minden aspektusát. Ehelyett olyan modellek fejlesztése folyik, amelyek a pénzügyi ciklusok egy-egy elemét magyarázzák, például a buborékok felépülését, a válság kitörését vagy a válság utáni recessziót. A továbbiakban néhány példával illusztráljuk a pénzügyi ciklusok modellezésének legújabb eredményeit.

A makroökonómiai buborékok képződésének egy figyelemre méltó modellje található De Grauwe (2012) könyvében. A szerző megközelítése túllép a főáramú makroökonómia keretein, a várakozásokat a viselkedési közgazdaságtan eredményei alapján modellezi. A megközelítés erénye, hogy átmeneti sokkok is képesek hosszú makroökonómiai ingadozásokat generálni a modellgazdaságban. Továbbá érdekes gazdaságpolitikai implikációi is vannak a megközelítésnek: a modell segítségével belátható, hogy bár a stabil infláció segít stabilizálni a kibocsátási rést, azonban ha a jegybank az inflációt úgy stabilizálja, hogy közben a kibocsátási rés alakulására nem reagál, akkor hosszú távon a gazdaságpolitika sem az inflációt, sem a reálgazdaságot nem tudja stabilizálni.

¹ Lásd például Beneš et al. (2005), Adolfson et al. (2008) és Christoffel et al. (2008).

² Bár már a válság előtt is készültek modellek, melyek a tőkeáttétel korlátok makroökonómiai hatását vizsgálták, lásd, Kiyotaki és Moore (1997), Bernanke et al. (1999), Iacoviello (2005), azonban ezek nem a pénzügyi ciklus modelljei, hanem azt demonstrálják, hogy a pénzügyi súrlódások miként nagyítják fel a normál konjunktúra ciklusok hatásait.

Boissay et al. (2016) azt vizsgálja, hogy miként vezet egy hosszú fellendülés pénzügyi válsághoz, és hogy az ilyen válságoknak miért nagy a makroökonómiai költsége.

Eggertsson és Krugman (2012) modellje arra ad magyarázatot, hogy egy nagyméretű pénzügyi válság miként vezet makroökonómiai recesszióhoz. Eggertsson és Mehrotra (2014) pedig azt demonstrálja, hogy a recesszió rendkívül tartós is lehet. A fenti modellek szerint, mivel a válság hatására szigorodnak az eladósodott gazdasági szereplők tőkeáttétel korlátai, jelentősen csökken a keresletük. Normál esetben ezt a kieső keresletet pótolni lehetne oly módon, hogy egy monetáris lazítás hatására csökkennek a reálkamatok, ami a nem eladósodott szereplők keresletét növeli. Azonban, ha kellően nagy a válság, akkor a szükséges monetáris lazításnak olyan mértékűnek kellene lennie, ami már a nominális kamatláb zéró alsó korlátjába ütközne. Tehát ilyen esetben a monetáris politika már nem képes kellő mértékben stimulálni a gazdaságot. Keynes nyomán ezt az állapotot nevezik *likviditási csapdának*. A szerzők azt is megmutatják, hogy likviditási csapda esetén a fiskális politika hatékonyan élénkítheti a gazdaságot, mivel az eladósodott háztartások fogyasztása együtt mozog a jövedelmükkel.

A fenti kihívásokra természetesen az MNB modellezőinek is reagálnia kellett. Több modell fejlesztése is elindult, például elkezdődött a korai válság előrejelző és más makroprudenciális modellek építése, de az MNB központi makrogazdasági előrejelző modellje is megújult. A továbbiakban ez utóbbi fejlesztésről számolunk be.

Természetesen egy inflációs előrejelző modell horizontja alkalmazkodik az inflációs célkövetés rendszerének a horizontjához, ami jóval rövidebb a pénzügyi ciklusok hosszánál. Ebből adódóan pedig egy inflációs előrejelző modell nem törekedhet arra, hogy a pénzügyi ciklus alakulását magyarázza. Azonban ez nem jelenti azt, hogy a fentiekben részletezett új kutatási eredményeket ne lehetne felhasználni a modell építése során. Sőt, ismét hangsúlyozni kell, hogy az új előrejelző modell készítésének a fő motivációja éppen az volt, hogy a felhalmozott válságtanulságok segítségével az eddiginél plauzibilisebb módon modellezzük a gazdaság működését.

A modell fejlesztése során az új kutatási eredményeknek alapvetően két csoportját hasznosítottuk. Egyrészt a válság óta egyértelművé vált, hogy a gazdasági szereplők adósság és tőkeáttétel korlátainak szignifikáns makroökonómiai hatásai vannak, ezért azok explicit megjelenítését a modellekben többé nem lehet elhanyagolni. Másrészt a viselkedési közgazdasági megfontolások gyümölcsözőnek bizonyultak a pénzügyi ciklusok megértéséhez, ezért a modell fejlesztése során nem ragaszkodtunk minden ponton a főáramú makroökonómia megközelítéséhez.

Konkrétan ez a következőket jelenti. Egyrészt a modellben megjelenik a háztartások adósságkorlátja, illetve a háztartások adósságainak a heterogenitása. Másrészt a vállalatok finanszírozási korlátait is figyelembe vettük. Módszertani szempontból lényeges, hogy bizonyos esetekben a racionális várakozások hipotézistől eltértünk, a modell több pontján feltettük, hogy a várakozások adaptívak.³

A tanulmány felépítése a következő. A 2. *szakaszban* ismertetjük a modellt és a modell megoldásának a módszerét. A 3. *szakaszban* elemezzük a modell impulzus válaszait. Végül a 4. *szakaszban* összefoglaljuk a fő következtetéseinket.

³ A várakozások modellezésének a két végllete a racionális és az adaptív várakozások. Míg az első irreális kognitív képességeket tulajdonít a gazdasági szereplőknek, addig a második túlságosan kevés racionalitást tulajdonít nekik. Tehát egyik sem igazán jó modellje a várakozások képzésének. Mivel jelenleg nincsen konszenzus arról, hogy a várakozásoknak ezt a két megközelítést mivel lenne érdemes helyettesíteni, ezért követjük azt a hibrid megközelítést, hogy a modellbeli várakozásokban fellelhetőek racionális és adaptív elemek is. Így reményeink szerint sikerül kiküszöbölni a két végllet hátrányos tulajdonságait.

2 A modell ismertetése

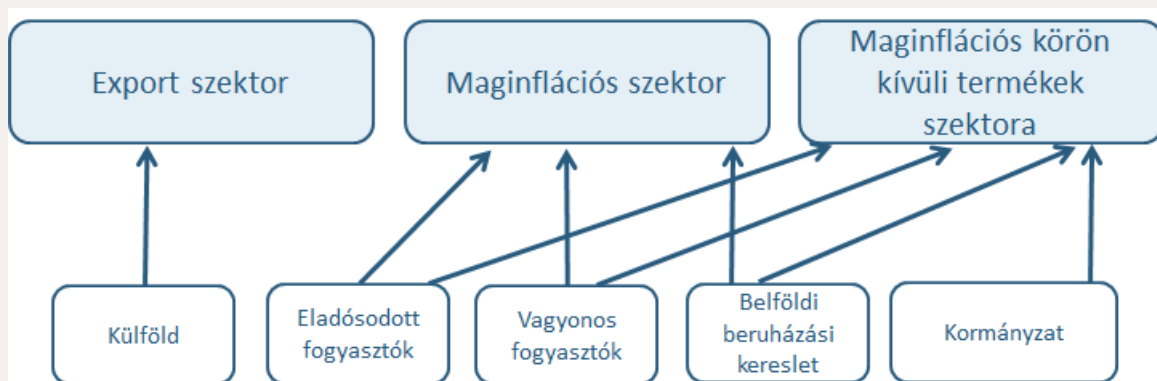
Az új modell közepes méretű, és a *dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi* (angol rövidítéssel: *DSGE*) modellek filozófiájához áll a legközelebb, de a fejlesztés során pragmatikus módon több ponton eltértünk a DSGE modellek „szabályaitól”, ha úgy éreztük, hogy ezzel a modell előrejelzési teljesítményét javítani tudjuk. Egy kis nyitott gazdaságot leíró modelltől van szó, tehát a legtöbb külső tényezőt egzogen adottságként kezeli egy a külföldöt reprezentáló kisméretű blokkban. A modell termelési oldala többszektoros, a szektorokat az inflációs előrejelzés igényei határozzák meg: megkülönböztetjük a maginflációs és a maginflációs körön kívüli termékek szektorát. A modellben figyelembe vesszük a háztartások nettó vagyonának hatását a fogyasztási/megtakarítási döntéseikre, továbbá a vállalatok tőkeáttétel korlátainak hatását a finanszírozási lehetőségeikre.

2.1 AGGREGÁLT KERESLET

A modellben a következő szereplők termékek és szolgáltatások iránti kereslete definiálja az aggregált keresletet: háztartások (eladósodottak és pozitív nettó vagyonnal rendelkezők), vállalatok, kormányzat és külföld. Az aggregált kereslet három szektor termékeire irányul. A szektorokat az inflációs előrejelzés igényei szerint határoztuk meg: megkülönböztetjük a maginflációs terméket, a maginflációs körön kívüli és az export terméket gyártó szektort.

1. ábra

Az aggregált kereslet szerkezete



A kétféle háztartás kereslete egy olyan végső fogyasztási jószágra irányul, amely inputként a maginflációs és a maginflációs körön kívüli termékek szektorának termékeit használja fel. A belföldi vállalatok beruházási kereslete a fogyasztási jószágtól különböző beruházási jószágra irányul, azonban ennek előállításához szintén a maginflációs és maginfláción kívüli termékeket használják inputként, de a fogyasztási jószágokhoz képest különböző arányban használják fel az inputokat. A kormányzat kereslete hasonlóan épül fel. Az export szektor termékei iránt csak a külföld támaszt keresletet.

2.1.1 HÁZTARTÁSOK

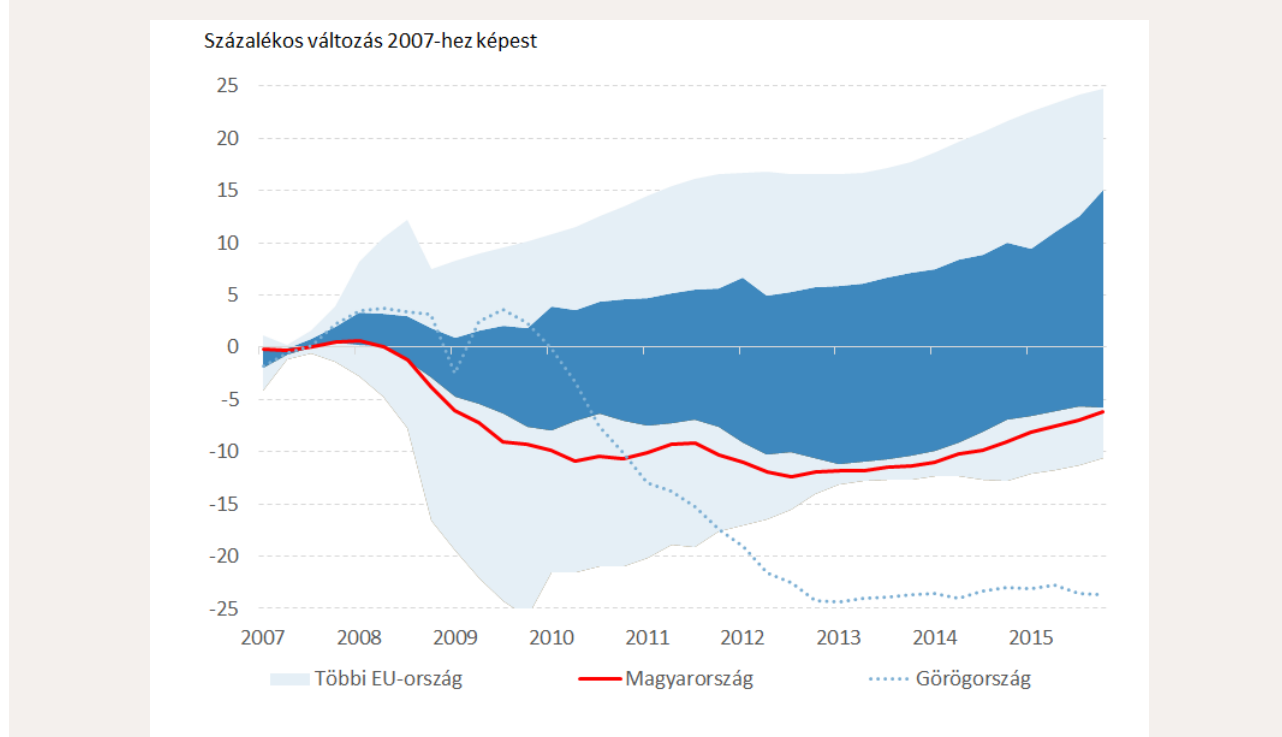
A DSGE modellek többségében az aggregált fogyasztási keresletet egy reprezentatív háztartás viselkedéséből vezetik le. Ennek a megközelítésnek az egyik legnagyobb hátránya az, hogy nem tudja figyelembe venni a háztartások vagyoni heterogenitásának

fogyasztásra gyakorolt hatását. Ahogy azt Eggertson és Krugman (2012) és Eggertson és Mehrotra (2014) megmutatták, a háztartások eltérő vagyonának és eladósodottságának lényeges makroökonómiai következményei vannak, különösen egy pénzügyi válságot követő időszakban. Mindez a magyar gazdaság esetében különösen fontos. Amint az közismert, a magyar háztartások válság utáni adósságszintje kiemelkedően magas volt, ennek hatására pedig a fogyasztás is jelentős mértékben visszaesett, ahogy azt a 2. ábra demonstrálja.

2. ábra

A lakossági fogyasztás alakulása a válság előtti szinthez képest

(Forrás: MNB)



A másik probléma a fogyasztás modellezésével abból adódik, hogy az előrejelzői gyakorlatban alkalmazott DSGE modellek esetében leggyakrabban a modellek linearizált közelítésével végzik a szimulációkat. Azonban egy linearizált fogyasztási modellben a háztartások kockázatsemlegesekké válnak (még akkor is ha az eredeti nemlineáris modellben kockázatkerülők), ezért a fogyasztói viselkedést jelentősen befolyásoló óvatossági motívum nem vehető figyelembe.

A standard fogyasztói modellek determinisztikus vagy kockázatkerülő fogyasztót feltételező változatával két fő probléma van. Egyrészt a *fogyasztási határhajlandóság* (azaz, hogy egységnyi jövedelemnövekményből mennyit költ a folyó fogyasztásra) nagyon alacsony. Másrészt a fogyasztási határhajlandóság független a vagyon/adósság szintjétől. Ha bevezetjük az óvatossági motívumot a modellbe, akkor a modell fenti, empirikus megfigyeléseknek ellentmondó tulajdonságait kiküszöbölhetjük. Az átlagos fogyasztási határhajlandóság nőni fog és összhangba kerül az empirikus megfigyelésekkel. Továbbá, a fogyasztási határhajlandóság a szegényebb (eladósodottabb) háztartásoknál magasabb, a gazdagabb háztartásoknál alacsonyabb lesz. Mindezeket részletesebben tárgyaljuk a következő részben és a *Függelék A.2. szakaszában*.

A fenti problémákat orvosolandó egy olyan háztartási blokkot építettünk a modellbe, amely képes kezelni az óvatossági motívumot, és figyelembe veszi a háztartások vagyoni heterogenitását és annak implikációit. A háztartási blokk Carroll (2001, 2009, 2012) modelljein alapul. A modell feltevései alapvetően sztenderdek, a fogyasztói kereslet egy végtelen időhorizontú hasznosságmaksimalizálási problémából származtatható. Szignifikáns mértékű óvatossági motívum azon feltevésünkéből adódik, hogy a háztartásokat a makroökonómiai sokkok mellett szignifikáns mértékű egyedi negatív jövedelem sokkok is érhetik (munkanélküliség). Amint azt a továbbiakban részletesebben kifejtjük, ez a feltevés garantálja, hogy az óvatossági motívum szignifikánsan befolyásolja a háztartás fogyasztási/megtakarítási döntéseit.

ÓVATOSSÁGI MOTÍVUM – ILLUSZTRATÍV MODELL

Ebben a szakaszban nem technikai módon illusztráljuk, hogy az óvatossági motívum miként befolyásolja a fogyasztók viselkedését. Kiindulási alapként vizsgálunk meg egy egyszerű, kétperiódusos, determinisztikus fogyasztói problémát, egyelőre óvatossági motívum nélkül.

$$\max_{c_1, c_2, s_1} \log(c_1) + \beta \log(c_2),$$

$$c_1 + s_1 = n,$$

$$c_2 = y_2 + (1+r)s_1.$$

$0 < \beta < 1$ a fogyasztó szubjektív diszkont faktora. $n = y_1 + (1+r)s_0$, a fogyasztó rendelkezésére álló erőforrás az 1. periódusban, ami két komponensből tevődik össze, $(1+r)s_0$ a múltbeli megtakarítás és az azon keletkező kamatjövedelem, ahol r a kamatláb, s_0 a múltbeli megtakarítás, y_1 pedig a fogyasztó folyó jövedelme az 1. periódusban. Továbbá, y_2 a jövedelem a 2. periódusban, c_1 , c_2 fogyasztás az 1. és 2. periódusban és s_1 a megtakarítás az 1. periódusban.

Közismert, hogy az alábbi Euler egyenlet a megoldás elsőrendű feltétele,

$$MU_1 = (1+r)MU_2,$$

ahol MU_1 és MU_2 az 1., illetve a 2. periódusbeli fogyasztás határhaszna. Mivel a hasznossági függvény logaritmikus a fenti egyenlet a következő formulát implikálja,

$$\frac{1}{c_1} = (1+r)\frac{\beta}{c_2}.$$

Ebbe behelyettesítve a költségvetési korlátokat:

$$\frac{1}{n-s_1} = \frac{(1+r)\beta}{y_2 + (1+r)s_1}. \quad (1)$$

Ennek az egyenletnek a segítségével kiszámolható s_1 megoldása. Ismerve s_1 -t pedig kiszámolható c_1 és c_2 a költségvetési korlátok segítségével. Átrendezve az (1) egyenletet:

$$y_2 + s_1(1+r) = \beta(1+r)(n-s_1)$$

Ebből adódik, hogy

$$s_1 = \frac{\beta(1+r)n - y_2}{(1+\beta)(1+r)}. \quad (2)$$

A (2) egyenletet felhasználva az optimális fogyasztást kifejező függvények a következők,

$$\begin{aligned} c_1 &= n - s_1 = \frac{n + \frac{y_2}{1+r}}{1+\beta}, \\ c_2 &= (1+r)s_1 + y_2 = \frac{\beta[(1+r)n + y_2]}{1+\beta}. \end{aligned} \quad (3)$$

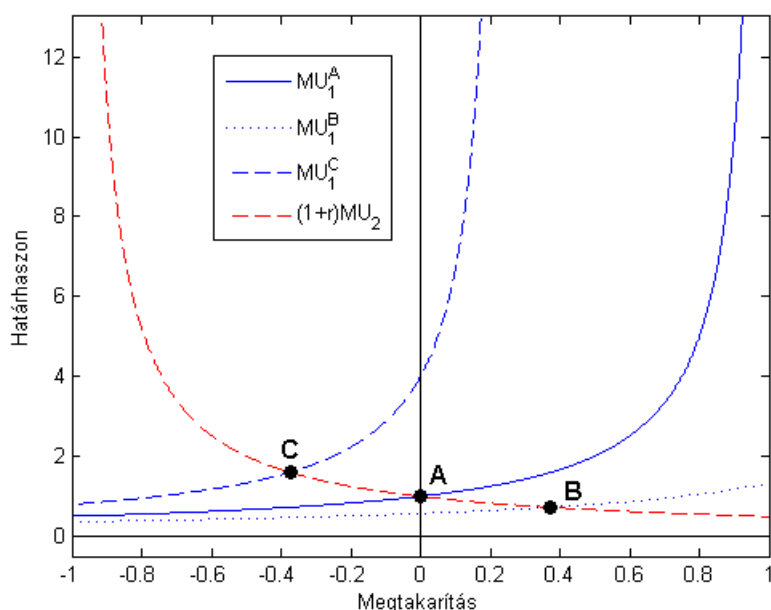
A 3. ábra s_1 grafikus megoldását ábrázolja. Az ábrán három lehetséges n érték mellett ábrázoljuk MU_1 -t, továbbá feltesszük, hogy $(1+r)\beta = 1$. Ha $n = y_2$, akkor az A pont szolgáltatja a megoldást, a fogyasztó megtakarítása zéró, $c_1 = n$ és $c_2 = y_2$. Ha $n > y_2$, akkor $s_1 > 0$, azaz pozitív a megtakarítás. Ha $n < y_2$, akkor $s_1 < 0$, azaz a fogyasztó eladósodik.

Determinisztikus esetben az 1. periódusbeli *fogyasztási határhajlandóság* (*marginal propensity to consume, mpc*) konstans. A kezdeti vagyon és y_1 szintjétől függetlenül egységnyi jövedelemnövekmény ugyanakkora mértékben növeli c_1 -t. Deriváljuk n szerint (3) fogyasztási függvényt:

$$mpc = \frac{\partial c_1}{\partial n} = \frac{1}{1+\beta} < 1.$$

Ezek után térjünk át az óvatossági motívum tárgyalására. Tegyük fel, hogy a második periódusban két világállapot van, az első világállapotban a jövedelem $y_2(1) = y_2 > 0$, míg a másodikban $y_2(2) = 0$. A második világállapot interpretálható úgy, hogy a

3. ábra

A jövedelem és/vagy a vagyon (n) hatása a megtakarításokra

fogyasztó elvesztette a munkáját. Ekkor az optimum feladat:

$$\begin{aligned} \max_{c_1, c_2(1), c_2(2), s_1} & \log(c_1) + \beta [(1 - \pi) \log(c_2(1)) + \pi \log(c_2(2))], \\ c_1 + s_1 &= n, \\ c_2(1) &= y_2 + (1 + r)s_1, \\ c_2(2) &= (1 + r)s_1. \end{aligned}$$

Tegyük fel, hogy az első világhállapot valószínűsége $1 - \pi$, a másodiké pedig π . Ekkor a megoldás elsőrendű feltétele a következő Euler-egyenlet teljesülése:

$$MU_1 = (1 + r)E_t[MU_2] = (1 + r)[(1 - \pi)MU_2(1) + \pi MU_2(2)],$$

azaz

$$\frac{1}{c_1} = (1 - \pi) \frac{(1 + r)\beta}{c_2(1)} + \pi \frac{(1 + r)\beta}{c_2(2)}.$$

Behelyettesítve a költségvetési korlátokat:

$$\frac{1}{n - s_1} = (1 - \pi) \frac{(1 + r)\beta}{y_2 + (1 + r)s_1} + \pi \frac{(1 + r)\beta}{(1 + r)s_1}.$$

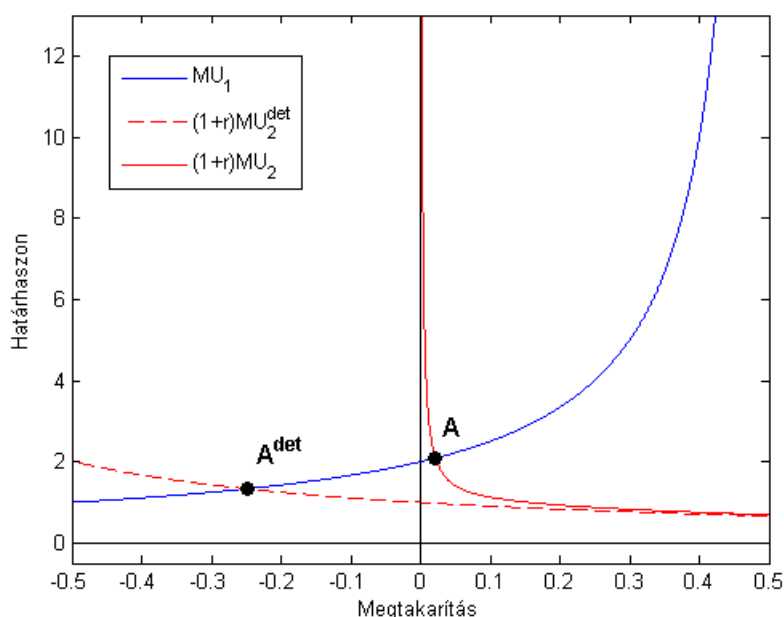
A fenti Euler-egyenletet kifejezhetjük a következőképpen,

$$\frac{1}{n - s_1} = \frac{(1 + r)\beta}{y_2 + (1 + r)s_1} + \pi \frac{(1 + r)\beta y_2}{(1 + r)s_1 (y_2 + (1 + r)s_1)}.$$

A kifejezés bal oldala és a jobb oldal első tagja megegyezik a determinisztikus modellből származtatott Euler-egyenlettel. A különbség a jobb oldal második tagjából adódik, ami az óvatossági motívumot fejezi ki. Lásd a 4. ábrát, ahol a piros szaggatott vonal fejezi ki a megtakarítás határháznát a determinisztikus esetben, a piros folytonos vonal pedig a megtakarítás határháznát jövedelem bizonytalanság mellett. A két vonal közötti különbséget a

$$\pi \frac{(1 + r)\beta y_2}{(1 + r)s_1 (y_2 + (1 + r)s_1)}$$

4. ábra
Óvatossági motívum



formula fejezi ki. Ha $s_1 \rightarrow 0$, akkor a fenti kifejezés a végtelenhez tart, ezért a megtakarítás határhasznát kifejező vonal a koordináta rendszer függőleges tengelyéhez simul.

A 4. ábrán látható, hogy jövedelem bizonytalanság nélkül a háztartás optimális választása a pozitív eladósodás lenne az 1. időperiódusban (A^{det}). Azonban jövedelem bizonytalanság hatására a fogyasztó nem eladósodik, hanem megtakarít (A). Mégpedig azért, hogy munkanélküliség esetén is legyen módja fogyasztani.

A probléma numerikus megoldása: Használjuk az Euler-egyenletet,

$$\frac{1}{n - s_1} = \frac{\beta(1+r)}{y_2 + (1+r)s_1} + \pi \frac{\beta(1+r)y_2}{(1+r)s_1(y_2 + (1+r)s_1)}.$$

Ezt átrendezve s_1 -re egy másodfokú egyenletet kapunk, amelynek a pozitív gyöke szolgáltatja a megoldást:

$$As_1^2 + Bs_1 + C = 0, \quad (4)$$

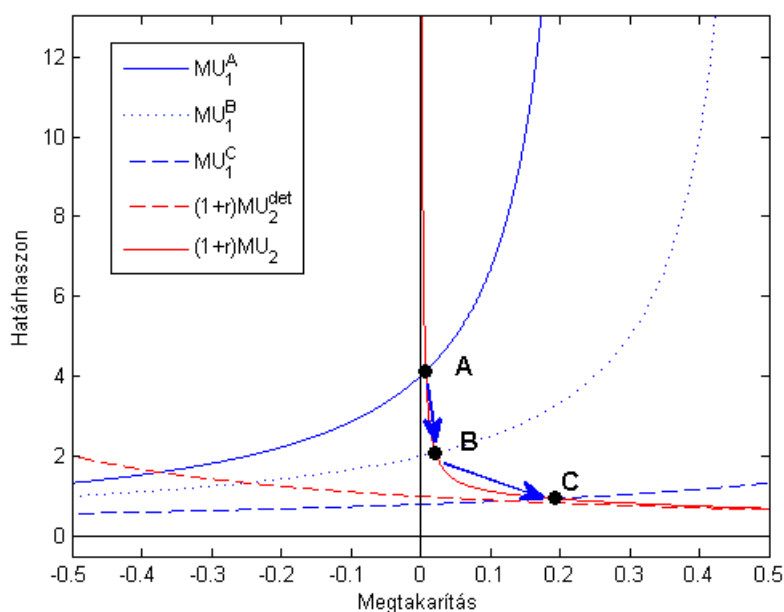
ahol

$$\begin{aligned} A &= (1 + \beta)(1 + r), \\ B &= y_2 - \beta(1 + r)n + \pi\beta y_2, \\ C &= -\pi\beta n y_2. \end{aligned}$$

Az 5. ábra illusztrálja, hogy n változásának (amit okozhat az y_1 jövedelem változása, vagy az s_0 megtakarítás változása) a hatására miként változik az optimális megtakarítási döntés. A kiinduló helyzetet az A pont mutatja, a B pont illusztrálja n relatíve kis mértékű növekedésének a hatását, a C pont pedig n további növekedésének a hatását reprezentálja. Az n kezdeti növekedése minimális mértékben növeli a megtakarítást, a jövedelemnövekményt szinte teljes egészében a fogyasztás növeli, a fogyasztási határhajlandóság közel 1. Azonban, ha a jövedelemnövekmény nagy, mivel csökken c_1 határhaszna, a háztartás szignifikánsan növeli megtakarítását, tehát a fogyasztási határhajlandóság jelentősen kisebb lesz 1-nél.

Az előzőekből adódik, hogy ha c_1 -t n függvényében ábrázoljuk, akkor kezdetben 1-hez közeli lesz a meredeksége, mivel a jövedelem növekedése nem emeli szignifikánsan a megtakarítást, a jövedelemnövekmény nagy része c_1 -t növeli. Magasabb

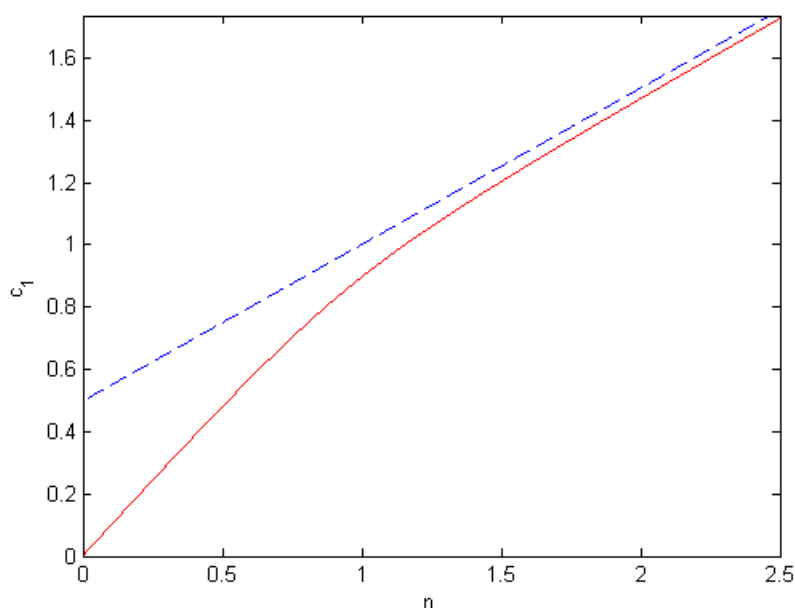
5. ábra

A jövedelem és/vagy a vagyon (n) változásának a hatása

n értékeknél már jóval alacsonyabb lesz a függvény meredeksége, hiszen a jövedelemnövekedés hatására jelentősen nő a megtakarítás, c_1 pedig csak kis mértékben nő. Felhasználva a (4) másodfokú egyenlet megoldását, numerikusan is kiszámolható a függvény. A 6. ábra mutatja a konkáv fogyasztási függvényt az óvatossági motívum mellett, a 7. ábra pedig fogyasztási határhajlandóság változását illusztrálja⁴.

6. ábra

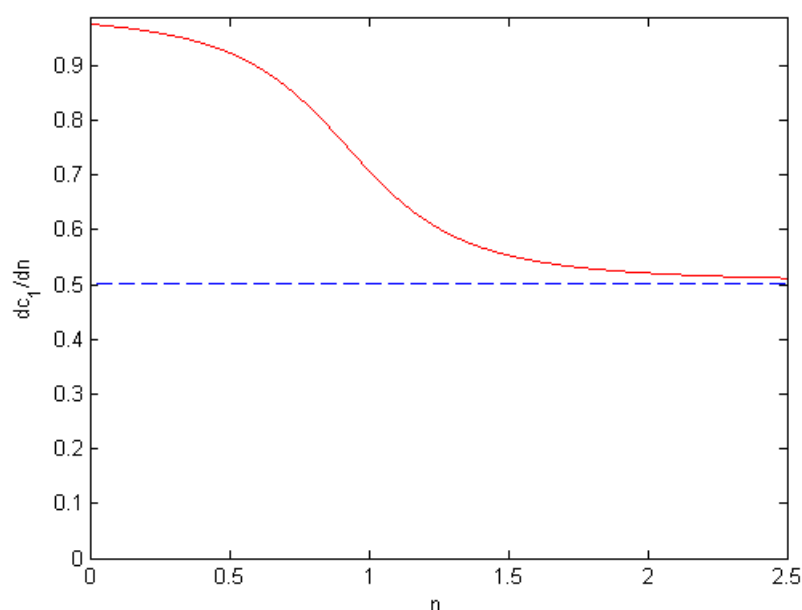
Fogyasztási függvény



⁴ Hangsúlyozzuk, hogy az itt prezentált fogyasztási függvényt egy illusztratív modellből származtattuk. Kvalitatíve jól megragadja az óvatossági motívum hatásait, de a fogyasztási határhajlandóság ábrázolt értékei empirikusan nem plauzibilisek.

7. ábra

Fogyasztási határhajlandóság



A Függelék A.2. szakaszában megmutatjuk, hogy ha a második világállapotban nem zéró a fogyasztó jövedelme, akkor óvatossági motívum mellett is lehetséges, hogy az optimális döntés az eladósodás. Az adósság mértéke ilyenkor is kisebb, mint a determinisztikus esetben. Megmutatjuk továbbá, hogy ha a második világállapotbeli jövedelem közel akkora, mint y_2 , akkor az óvatossági motívum hatása elhanyagolhatóvá válik. Továbbá demonstráljuk, hogy az óvatossági motívum implikációi hasonlóak egy olyan modelléhez, ahol egy egzogén adósságkorlát akadályozza meg abban a fogyasztókat, hogy olyan mértékben adósodjanak el, mint a determinisztikus modellben.

ÓVATOSSÁGI MOTÍVUM – DINAMIKUS MODELL

Miután az előző szakaszban egy egyszerű modell segítségével illusztráltuk az óvatossági motívum jelentőségét a fogyasztói döntésekben, most áttérünk a modell tényleges háztartási blokkjának a tárgyalására. Egy adott háztartás optimum feladata a következőképpen írható fel formálisan,

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right],$$

$$c_t + a_t = (1 + r_{t-1}^h) a_{t-1} + d_t,$$

ahol $\sigma > 0$ a hasznossági függvény paramétere, $0 < \beta < 1$ a háztartás diszkontfaktora, c_t a reálfogyasztás, t az időindex, a_t a háztartás nettó vagyona, d_t a háztartás rendelkezésére álló reáljövedelem, r_t^h a háztartások szempontjából releváns reálkamatláb.⁵

A háztartás szempontjából r_t^h és d_t egzogén valószínűségi változók⁶, amelyeket makroökonómiai sokkok befolyásolnak. Azonban az előző szakaszban említettük, hogy pusztán makroökonómiai sokkok nem elégségesek ahhoz, hogy az óvatossági motívum szignifikáns mértékben befolyásolja a háztartások viselkedését. Ha d_t értéke csak néhány százalékot ingadozik, akkor nem fognak óvatosságból jelentős megtakarításokat felhalmozni a háztartások. Éppen ezért feltesszük, hogy d_t nemcsak makroökonómiai okokból ingadozhat, hanem egyedi sokkok is befolyásolják az értékét. Feltesszük, hogy minden időperiódusban nem nulla

⁵ Feltételezzük, hogy a háztartási hitelkamat és a betéti kamat eltérő.

⁶ A munkakinálási döntéseket nem vizsgáljuk a háztartási blokkban, ezért a jövedelmeket egzogénnek tekintjük.

valószínűséggel d_t értéke szignifikánsan lecsökkenhet. Ez az esemény interpretálható úgy, mint például a munkanélküliség, amelynek alacsony, de nem elhanyagolható a valószínűsége, és amelynek során kapott munkanélküli segély nagysága jóval alacsonyabb, mint a háztartás normál jövedelme.

Technikai okokból a megoldáshoz célszerű az alábbi módon felírni a feladatot:

$$\begin{aligned} \max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right], \\ a_t \equiv n_t - c_t \\ n_{t+1} = (1 + r_t^h) a_t + d_{t+1}, \end{aligned}$$

ahol n_t -t az előző szakaszhoz hasonlóan definiáljuk.

A háztartásokról feltesszük, hogy olyan mértékben racionálisak, hogy ha ismerik n_t kezdeti értékét és d_t és r_t^h várt pályáját, akkor a fenti feladatnak képesek megtalálni az optimális megoldását. Ugyanakkor, azt már nem tételezzük fel a háztartásról, hogy d_t és r_t^h pályáját a racionális várakozások kritériumainak megfelelően látják előre. Racionális, azaz modell konzisztens várakozások esetén, a háztartásoknak d_t -re és r_t^h -re vonatkozó várakozásai teljesen összhangban vannak a teljes makroökonómiai modell által endogén módon generált d_t és r_t^h pályával. Ilyen modell konzisztens várakozás pályák kiszámolása a közgazdaságtudomány jelenlegi határait feszegetné. Ezért mi azzal a feltevessel élünk, hogy a háztartások jövedelem és kamat várakozásai nem modell konzisztensek. Ez a feltevés – amellet, hogy jelentősen leegyszerűsíti a modell megoldását –, szerintünk jóval inkább összhangban van a háztartások empirikusan megfigyelhető viselkedésével, mint a racionális várakozások feltevése. Az r_t^h -re és d_t -re vonatkozó várakozásokra a következőt tesszük fel: A háztartás megfigyeli az r_t^h reálkamatlábát és a d_t reáljövedelmet, majd felteszi, hogy a két változó adott T^r és T^d periódus alatt visszatér az állandósult állapotbeli értékéhez. A két változó várt lecsengésére feltesszük, hogy lineáris. Továbbá azt is feltesszük, hogy a háztartás vélekedése a munkanélküliség bekövetkezésének a valószínűségéről szintén független a makroökonómiai modell egészétől.

Az optimum feladat megoldása még a fenti feltevések mellett sem triviális. Carroll (2001, 2009, 2012) tanulmányaiban leírt módon numerikus szimulációval lehet a megoldást előállítani. A szimulációt a modell többi részétől függetlenül végezzük. A numerikus szimulációhoz érdemes a feladat következő egyszerűsített változatát felírni. Defináljuk $\hat{o}_t = o_t/d$ normált változókat,⁷ ezek segítségével a háztartás optimum feladata a következő formát ölti:

$$\begin{aligned} \max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t d^{1-\sigma} E_0 \left[\frac{\hat{c}_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right], \\ \hat{a}_t = \hat{n}_t - \hat{c}_t \\ \hat{n}_{t+1} = (1 + r_t^h) \hat{a}_t + \hat{d}_{t+1}. \end{aligned}$$

A fenti feladat numerikus szimulációval történő megoldásával a következő fogyasztási függvény állítható elő,

$$\hat{c}_t = f(\hat{n}_t, r_t^h, \hat{d}_t). \quad (5)$$

A fogyasztási függvény n_t -ben növekvő és konkáv. Az összefüggésben n_t változó ragadja meg a folyó jövedelem és kezdeti adósság/vagyon fogyasztásra gyakorolt hatását. Ha n kicsi (nagy nettó adósság), akkor a függvény meredek és a fogyasztási határhajlandóság nagy. Ha n nagy (nagy pozitív nettó vagyon), akkor a függvény lapos, a fogyasztási határhajlandóság kicsi.

Az (5) fogyasztási függvény összefoglalja a háztartások viselkedését óvatossági motívum esetén, ami intuitívan a következőképpen írható le. A háztartások egy adott nagyságú vagyonpuffer, *óvatossági pénzügyi tartalék (buffer stock)* tartására törekednek. A megcélzott pénzügyi tartalék nagysága több paramétertől függ, de a jövedelem-bizonytalanság az egyik döntő tényező: minél nagyobb a háztartás jövedelemre vonatkozó bizonytalansága, annál nagyobb óvatossági pénzügyi tartalékra törekszik. Ebből adódóan, ha valamely okból a háztartás vagyona a megcélzott vagyonszint alá kerül, akkor csökkenti a jövedelemarányos fogyasztását, egyúttal növeli a megtakarítását, hogy helyreállítsa a vagyonát. Fordított esetben, ha a célvagyon fölé kerül, akkor csökkenti a megtakarításait. Ha a háztartások jövedelme nő, akkor a fogyasztásuk is nő, de ez nem jelenti azt, hogy a teljes jövedelemnövekményüket elfogyasztják. A háztartások törekednek a fogyasztásuk simítására, ezért jövedelemnövekményüket igyekeznek időben „szétteríteni”, és annak pozitív hatásait a jövőben is élvezni.

⁷ A modellbeli változók állandósult állapotbeli értékei az adott változó empirikus megfelelőjéhez tartozó trend növekedési pályának felel meg.

Végezetül szeretnénk felhívni a figyelmet, hogy az itt vázolt modell segítségével olyan tényezők hatását is képesek vagyunk szimulálni, amit a legtöbb esetben nem lehet vizsgálni DSGE modellekben. Például, vizsgálható a gazdasági bizonytalanság változásának a fogyasztási hatása. A bizonytalanság változása megragadható a munkanélküliség szubjektív valószínűségének változásával, ami befolyásolja az óvatossági megtakarítások és a fogyasztás nagyságát.

A FOGYASZTÓI MODELL INTEGRÁLÁSA MAKROÖKONÓMIAI KÖRNYEZETBE

Az (5) fogyasztási függvény egyszerűen illeszthető a teljes makroökonómiai modellbe. Ha a modell többi részében meghatározódik, n_t , r_t^h és d_t , akkor a fogyasztási függvény segítségével meghatározható a fogyasztás nagysága.

Ugyanakkor, közismert empirikus tény, hogy az aggregált fogyasztás viszonylag lassan reagál a jövedelem és a kamatok változására. Ennek orvoslására vezették be a DSGE modellekbe a *fogyasztói szokások (habit formation)* feltételezését, lásd például Smets és Wouters (2003, 2007) tanulmányait. Ez formálisan azt jelenti, hogy a folyó fogyasztás mellett a múltbeli fogyasztás szintje is szerepel a háztartás hasznosság függvényében, ezért a fogyasztást meghatározó *Euler-egyenletben* nem csak a jelenlegi és a várt jövőbeli fogyasztás, hanem a múltbeli is szerepel. Ennek hatására a fogyasztás alkalmazkodása valamely sok bekövetkezte esetén nem ugrásszerű, hanem sima.

Ebben a modellben egy másféle megközelítéssel értük el a fogyasztás fokozatos alkalmazkodását. Ezen a ponton ismét feltételeztük, hogy a fogyasztó racionalitásának vannak korlátai. Feltételezésünk szerint a háztartások nominális jövedelmük és vagyonuk nagyságával tökéletesen tisztában vannak. Ugyanakkor, a jövedelmük és vagyonuk reálértékét csak tökéletlenül ismerik, mivel az árszínvonal pontos szintjével nincsenek tisztában. Ebből adódóan feltesszük, hogy a reáljövedelemre és reálvagyonra vonatkozó vélekedésük csak fokozatosan konvergál a változók valódi értékéhez. Formálisan ezt az alkalmazkodási folyamatot a (52)–(53) és a (104)–(105) egyenletek írják le a *Függelék A.1. szakaszában*.

Amint azt már tárgyaltuk, a magyar gazdaság egyik jellemzője a válság utáni időszakban a fogyasztók eladósodottsága. Éppen ezért, a makroökonómiai modellben két háztartási csoportot különböztetünk meg. Az eladósodott háztartások csoportját és a pozitív nettó vagyonnal rendelkező csoportot. A két csoport preferenciái azonosak, tehát az (5) fogyasztási függvénnyel írható le mindkettő viselkedése. Ami különbözik, az az induló vagyonuk, a_{-1}^1 és a_{-1}^2 (ebből adódóan n_0^1 és n_0^2 is különbözik) és a jövedelmük pályája, d_t^1 és d_t^2 is.

2.1.2 BERUHÁZÁSOK

Feltesszük, hogy a beruházásokért egy külön kompetitív szektor felelős. A szektor beruházási javakat vásárol, majd minden periódus végén megvásárolja a használt tőkét a 2.3 szakaszban tárgyalt vállalkozóktól. A beruházási javak és a tőke kombinációjával új tőkejóságot állítanak elő, amelyet eladnak a vállalkozóknak. Smets és Wouters (2003, 2007) modelljét követve az új tőke előállítását a következő egyenlet írja le,

$$k_t = (1 - \tau)k_{t-1} + \left[1 - \Phi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) \right] I_t, \quad (6)$$

ahol k_t a fizikai tőke, I_t a beruházás, Φ függvény pedig a beruházások igazodási költsége, amelyre igaz, hogy $\Phi(1) = \Phi'(1) = 0$, $\Phi'' > 0$, τ pedig a fizikai tőke amortizációs rátája.

Smets és Wouters megmutatta, hogy a szektor profitmaximalizálásának a következménye egy olyan beruházási függvény, ahol a beruházási döntés függ a múltbeli és a várt jövőbeli beruházástól, valamint a fizikai tőke reálárától. Mi ezen a ponton eltérünk a DSGE modellek szigorú szabályaitól, és a modell beruházási egyenletét nem származtatjuk a formális profitmaximalizálási problémából, csak inspirációt merítünk belőle: a modell beruházási egyenletéből kihagyjuk az előretételező tagot, és az együtt-hatókat sem származtatjuk „mélyparaméterekből”,

$$I_t = I_{t-1}^{\omega'} Q_t^{\omega^Q}, \quad (7)$$

ahol Q_t a tőke reálára, ω' és ω^Q pedig pozitív paraméterek.

A most következő részben Q_t meghatározását tekintjük át. A fizikai tőke hozamának a definíciója,

$$E_t [R_{t+1}^k] = \frac{(1 - \tau)E_t [Q_{t+1}] + E_t [z_{t+1}]}{Q_t}, \quad (8)$$

ahol R_{t+1}^k a tőke hozama, z_{t+1} pedig a tőke bérleti díja. A 2.3 szakaszban található (36) egyenlet megmutatja, hogy miként függ R_{t+1}^k a reálkamatlábától. A tőke bérleti díját a standard DSGE modellekben a tőke határterméke határozza meg, a 2.2.3. szakaszban leírtak alapján,

$$z_t = p_t^{ci} \alpha \left(\frac{l_t}{k_{t-1}} \right)^{1-\alpha}, \quad (9)$$

ahol p_t^{ci} a munka és tőke által előállított kompozit jószág reálára, l_t pedig a munka input. A (6), (13), (10) (9) egyenletek leírják a beruházás és a tőkefelhalmozás folyamatát.

Ugyanakkor a fenti beruházási blokkot ebben a formában nem építettük be a modellbe, mert ellentmondott az MNB szakértők tapasztalatának. Nevezetesen, bizonyos sokkok esetén, bár a reál GDP tartósan növekedett, a beruházások ezzel szemben csökkentek. A beruházási modellt ezért módosítottuk, eltértünk a szigorú DSGE filozófiától.

Rendezzük át a (8) fenti egyenletet:

$$Q_t = E_t \left[\frac{(1-\tau)Q_{t+1} + z_{t+1}}{R_{t+1}^k} \right]. \quad (10)$$

Első lépésként felhasználva a (10) egyenletet, rekurzív behelyettesítéssel a következő kifejezésekhez jutunk,

$$\begin{aligned} Q_t &= E_t \left[\frac{(1-\tau)^2 Q_{t+2}}{R_{t+2}^k R_{t+1}^k} + \frac{(1-\tau)z_{t+2}}{R_{t+2}^k R_{t+1}^k} + \frac{z_{t+1}}{R_{t+1}^k} \right], \\ Q_t &= E_t \left[\frac{(1-\tau)^3 Q_{t+3}}{R_{t+3}^k R_{t+2}^k R_{t+1}^k} + \frac{(1-\tau)^2 z_{t+3}}{R_{t+3}^k R_{t+2}^k R_{t+1}^k} + \frac{(1-\tau)z_{t+2}}{R_{t+2}^k R_{t+1}^k} + \frac{z_{t+1}}{R_{t+1}^k} \right], \\ &\vdots \\ Q_t &= E_t \left[\frac{(1-\tau)^T Q_{t+T}}{R_{t+T}^k(t+1, t+T)} \right] + \sum_{i=1}^T E_t \left[\frac{(1-\tau)^{i-1} z_{t+i}}{R_{t+i}^k(t+1, t+i)} \right], \end{aligned}$$

ahol $R^k(t, t') = R_t^k R_{t+1}^k \dots R_{t'}^k$. Ha $T \rightarrow \infty$ a fenti formula a következő alakot ölti,

$$Q_t = \sum_{i=1}^{\infty} E_t \left[\frac{(1-\tau)^{i-1} z_{t+i}}{R^k(t+1, t+i)} \right].$$

Ezen a ponton eltérünk a racionális várakozások feltevésétől. Egyrészt feltesszük, hogy a beruházási szektor szereplői nem látnak előre végtelen időhorizonton, hanem csak T^Q véges horizonton. Másrészt feltesszük, hogy a változók előretekintő tagjait nem modell konzisztens racionális várakozásokkal határozzák meg, hanem adaptív módon, amit az $\bar{E}$ várakozás operátorral jelölünk. Ezen változtatások mellett a fenti kifejezés a következő formulára módosul,

$$Q_t^* = \sum_{i=1}^{T^Q} \frac{\bar{E}_t \left[(1-\tau)^{i-1} z_{t+i}^* \right]}{\bar{E}_t \left[R(t+1, t+i) \right]}. \quad (11)$$

A fenti egyenletben nemcsak az időhorizontot és a várakozásokat módosítottuk, hanem a tőke bérleti díjának a formuláját is, azért hogy biztosítsuk az output növekedés bérleti díj növelő hatását. A következő módon definiáljuk z_t^* -t,

$$z_t^* = \alpha^z z_t + (1-\alpha^z) z^* \frac{p_t^{ci} c_t}{p^{ci} c_i}, \quad (12)$$

ahol $0 < \alpha^z < 1$, c_t a 2.2.3. szakaszban definiált kompozit jószág (ami tartalmazza a fizikai tőkét). A bérleti díj annál magasabb, minél nagyobb bevételre lehet szert tenni a tőke segítségével előállított kompozit jószág eladásával. Az időindex nélküli z^* , p^{ci} és c_i az adott változók állandósult állapotbeli (steady state) értékét jelöli. Látható, hogy az állandósult állapotban $z^* = z$. A beruházás egyenletet pedig a következőképpen módosítjuk:

$$I_t = I_{t-1}^{\omega_I} Q_t^{\omega_Q} (Q_t^*)^{\omega_{Q^*}} gdp_t^{\omega_{gdp}}, \quad (13)$$

ahol gdp_t a reál GDP-t jelöli.

2.1.3 EXPORT KERESLET ÉS KORMÁNYZATI KERESLET

A külföldiek exportkeresletét nem modellezzük részletesen. Az export szektor termékei iránti kereslet függ a világpiaci konjunktúráról és az export termékeknek a külföldi árakhoz viszonyított relatív áráról:

$$x_t = x_{t-1}^{\theta^1} (y_t^*)^{\theta^2} (q_t^x)^{\theta^3}, \quad (14)$$

ahol x_t az export, y_t^* a külföldi reál GDP, $q_t^x = e_t P_t^*/P_t^x$ az export szempontjából releváns relatív ár (reálárfolyam), θ^1 , θ^2 és θ^3 pedig pozitív paraméterek.

A modellben a kormányzat kiadásai teljesen egzogének, nagysága g_t . A kormányzati kiadásokat *fejadóval* (*lump-sum tax*) finanszírozzák.

2.1.4 AZ EGYES SZEKTOROK TERMÉKEI IRÁNTI KERESLET

A modellben három termelési szektort különböztetünk meg. A maginflációs termékeket (1. szektor), a maginflációs körön kívüli termékeket (2. szektor) és az export jószágokat termelő szektort.

A végső fogyasztási jószágról feltesszük, hogy az 1. és 2. szektor jószágainak kombinációja. Formálisan ezt azzal reprezentáljuk a modellben, hogy létezik egy végső fogyasztási jószágot előállító kompetitív szektor, ami a két szektor termékeit használja fel inputként, és egy CES termelési függvény segítségével állítja elő a végső fogyasztási jószágot,

$$c_t = \left[(\chi^c)^{\frac{1}{\varrho^c}} (y_t^{c1})^{\frac{\varrho^c-1}{\varrho^c}} + (1 - \chi^c)^{\frac{1}{\varrho^c}} (y_t^{c2})^{\frac{\varrho^c-1}{\varrho^c}} \right]^{\frac{\varrho^c}{\varrho^c-1}},$$

ahol y_t^{c1} és y_t^{c2} az inputok az 1. és 2. szektorból, ahol χ^c és ϱ^c pozitív paraméterek, az utóbbi méri a technológia helyettesítési rugalmasságát a két input között.⁸

A végtermék előállító szektor profitmaximalizálásából levezethető y_t^{c1} és y_t^{c2} iránti kereslet, valamint a végtermék árát meghatározó árindex:

$$y_t^{c1} = \chi^c \left(\frac{P_t^c}{P_t^1} \right)^{\varrho^c} c_t, \quad (15)$$

$$y_t^{c2} = (1 - \chi^c) \left(\frac{P_t^c}{P_t^2} \right)^{\varrho^c} c_t, \quad (16)$$

$$P_t^c = \left[\chi^c (P_t^1)^{1-\varrho^c} + (1 - \chi^c) (P_t^2)^{1-\varrho^c} \right]^{\frac{1}{1-\varrho^c}}, \quad (17)$$

ahol P_t^1 és P_t^2 az 1. és 2. szektor termékeinek az ára.

Hasonlóképpen feltesszük, hogy a beruházási jószágot is egy kompetitív szektor állítja elő CES technológiával az 1. és 2. szektor termékeiből,

$$I_t = \left[(\chi^I)^{\frac{1}{\varrho^I}} (y_t^{I1})^{\frac{\varrho^I-1}{\varrho^I}} + (1 - \chi^I)^{\frac{1}{\varrho^I}} (y_t^{I2})^{\frac{\varrho^I-1}{\varrho^I}} \right]^{\frac{\varrho^I}{\varrho^I-1}},$$

ahol y_t^{I1} és y_t^{I2} az inputok az 1. és 2. szektorból, ahol χ^I és ϱ^I pozitív paraméterek, az utóbbi méri a technológia helyettesítési rugalmasságát a két input között.

⁸ A közbülső termékeket aggregáló szektor értelmezhető kiskereskedelmi szektorként, de mi preferáljuk, hogy a szektort mint technikai feltevést interpretáljuk. A kiskereskedelmi szektor mint interpretáció két szempontból problémás. Egyrészt nem szerepel a munka mint input, másrészt a szektor kompetitív, az árazása rugalmas. A kiskereskedelmi szektorra ezzel szemben a ragadós árazás a jellemző. A modellben az árragadósság az 1. és az export szektorra jellemző.

Az eddigiekből adódik, hogy y_t^1 és y_t^2 iránti keresletet valamint a beruházási árindexet a következő egyenletek szolgáltatják,

$$y_t^1 = \chi^I \left(\frac{P_t^I}{P_t^1} \right)^{\varrho^I} I_t, \quad (18)$$

$$y_t^2 = (1 - \chi^I) \left(\frac{P_t^I}{P_t^2} \right)^{\varrho^I} I_t, \quad (19)$$

$$P_t^I = \left[\chi^I (P_t^1)^{1-\varrho^I} + (1 - \chi^I) (P_t^2)^{1-\varrho^I} \right]^{\frac{1}{1-\varrho^I}}. \quad (20)$$

Továbbá a kormányzati fogyasztási jószágról is feltesszük, hogy egy kompetitív szektor állítja elő CES technológiával az 1. és a 2. szektor termékeiből,

$$g_t = \left[(\chi^g)^{\frac{1}{\varrho^g}} (y_t^{g1})^{\frac{\varrho^g-1}{\varrho^g}} + (1 - \chi^g)^{\frac{1}{\varrho^g}} (y_t^{g2})^{\frac{\varrho^g-1}{\varrho^g}} \right]^{\frac{\varrho^g}{\varrho^g-1}}.$$

Az eddigiekhez hasonlóan:

$$y_t^{g1} = \chi^g \left(\frac{P_t^g}{P_t^1} \right)^{\varrho^g} g_t, \quad (21)$$

$$y_t^{g2} = (1 - \chi^g) \left(\frac{P_t^g}{P_t^2} \right)^{\varrho^g} g_t, \quad (22)$$

$$P_t^g = \left[\chi^g (P_t^1)^{1-\varrho^g} + (1 - \chi^g) (P_t^2)^{1-\varrho^g} \right]^{\frac{1}{1-\varrho^g}}. \quad (23)$$

A fentiek alapján az 1. és a 2. szektor termékei iránti keresletet a következő egyenletek szolgáltatják:

$$y_t^1 = y_t^{c1} + y_t^1 + y_t^{g1}, \quad (24)$$

$$y_t^2 = y_t^{c2} + y_t^2 + y_t^{g2}. \quad (25)$$

2.2 AGGREGÁLT KÍNÁLAT

Amint azt az *aggregált keresletet* leíró szakaszban tárgyaltuk, a modellben három termelési szektort különböztetünk meg. A szektorok felosztását az inflációs előrejelzés igénye szabta meg. Megkülönböztetjük a maginflációs kör termékeit, a maginflációs körön kívüli termékeket, valamint az export termékeket gyártó szektort. A belföldi kereslet a maginflációs és a maginflációs körön kívüli termékekre irányul. A háztartási és a kormányzati fogyasztási jószágok, valamint a beruházási jószágok is ennek a két szektor termékeinek az aggregátumai. Az export szektor értelemszerűen a külföldre exportált termékeket állítja elő.

A maginflációs és az export szektor háromféle inputot használ fel a termeléshez: egy munkából és tőkéből előállított kompozit jószágot, egy import jószágot és importált energiát (olajat). A különbség a két szektor között az, hogy az export szektornak nagyobb az import felhasználása.

A maginflációs körön kívüli termékek szektora három alszektorra osztható fel: a regulált áras termékek szektorára, a piaci energia szektorra és a feldolgozatlan élelmiszerek szektorára. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy ezek a szektorok csak egy inputot használnak a termeléshez, energiát, illetve importált élelmiszert.

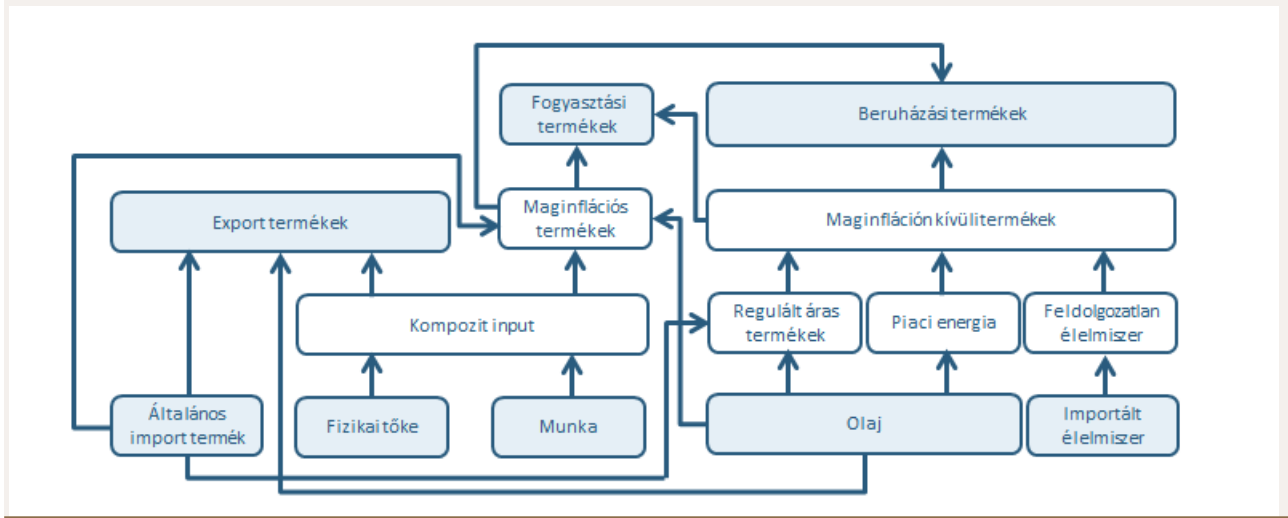
2.2.1 MAGINFLÁCIÓS SZEKTOR

A maginflációs termékeket gyártó szektor (a továbbiakban rövidebben: 1. szektor) két inputot használ a szektor végtermékének gyártásához, egy belföldi kompozit jószágot (c_t^1 , amit a 2.2.3. *szakaszban* definiálunk pontosan) és egy importált jószágot (m_t). A két inputból CES technológiával állítja elő az 1. szektor a végterméket:

$$y_t^1 + F^1 = \left[(a^1)^{\frac{1}{\varrho}} (m_t^1)^{\frac{\varrho-1}{\varrho}} + (1 - a^1)^{\frac{1}{\varrho}} (c_t^1)^{\frac{\varrho-1}{\varrho}} \right]^{\frac{\varrho}{\varrho-1}},$$

8. ábra

Az aggregált kínálat szerkezete



ahol y_t^1 az 1. szektor kibocsátása, m_t^1 , és ci_t^1 az 1. szektor input felhasználása az import és a belföldi kompozit jószágból, továbbá, $0 < a^1 < 1$ és $\varrho > 0$ a termelési függvény paraméterei, az utóbbi méri az inputok helyettesítési rugalmasságát, valamint F^1 a termelés fix költsége. Profitmaximalizálást feltételezve az m_t^1 és ci_t^1 iránti keresletet a következő egyenletek írják le,

$$m_t^1 = a^1 \left(\frac{MC_t^1}{P_t^m} \right)^\varrho y_t^1, \quad (26)$$

$$ci_t^1 = (1 - a^1) \left(\frac{MC_t^1}{P_t^{ci}} \right)^\varrho y_t^1, \quad (27)$$

$$MC_t^1 = \left[a^1 (P_t^m)^{1-\varrho} + (1 - a^1) (P_t^{ci})^{1-\varrho} \right]^{\frac{1}{1-\varrho}},$$

ahol MC_t^1 a CES technológiához tartozó határköltség, P_t^{ci} a kompozit jószág ára, P_t^m pedig az import jószág belföldi valutában mért ára.

Az 1. szektor ármeghatározása az indexálással kiegészített Calvo modellen alapul, lásd Smets és Wouters (2003, 2007). Ebből adódóan a maginfláció π_t^1 a következő loglinearizált egyenlettel fejezhető ki,

$$(1 + \beta \gamma^{\rho 1}) \pi_t^1 = \beta E_t [\pi_{t+1}^1] + \gamma^{\rho 1} \pi_{t-1}^1 + \bar{\xi}^{\rho 1} (\tilde{MC}_t^1 - \tilde{P}_t^1) + (1 + \beta \gamma^{\rho 1}) \varepsilon_t^{\rho 1}, \quad (28)$$

ahol

$$\bar{\xi}^{\rho 1} = \frac{(1 - \xi^{\rho 1})(1 - \beta \xi^{\rho 1})}{\xi^{\rho 1}},$$

$0 < \xi^{\rho 1} < 1$ a Calvo paraméter, $0 < \gamma^{\rho 1} \leq 1$ pedig az indexálási paraméter, a hullám pedig adott változónak az állandósult állapotától (steady state) való százalékos eltérését jelöli, $\varepsilon_t^{\rho 1}$ pedig az itt nem modellezett egzogén hatások nagyságát ragadja meg.

2.2.2 EXPORT SEKTOR

Az export termékeket gyártó szektor is két inputot használ, ci_t -t és m_t -t. A két inputból CES technológiával állítja elő a végterméket:

$$x_t + F^x = \left[(a^x)^{\frac{1}{\varrho}} (m_t^x)^{\frac{\varrho-1}{\varrho}} + (1 - a^x)^{\frac{1}{\varrho}} (ci_t^x)^{\frac{\varrho-1}{\varrho}} \right]^{\frac{\varrho}{\varrho-1}},$$

ahol m_t^x és ci_t^x az export szektor input felhasználása az import és a belföldi kompozit jószágból, továbbá, $0 < a^x < 1$ és $\rho > 0$, valamint F^x a termelés fixköltsége. Profitmaximalizálást feltételezve az m_t^x és ci_t^x iránti keresletet a következő egyenletek írják le,

$$m_t^x = a^x \left(\frac{MC_t^x}{P_t^m} \right)^\rho x_t, \quad (29)$$

$$ci_t^x = (1 - a^x) \left(\frac{MC_t^x}{P_t^{ci}} \right)^\rho x_t, \quad (30)$$

$$MC_t^x = \left[a^x (P_t^m)^{1-\rho} + (1 - a^x) (P_t^{ci})^{1-\rho} \right]^{\frac{1}{1-\rho}},$$

ahol MC_t^x a CES technológiához tartozó határköltség.

Az export szektor ármeghatározása is az indexálással kiegészített Calvo modellen alapul, π_t^x a következő loglinearizált egyenlettel fejezhető ki,

$$(1 + \beta \gamma^x) \pi_t^x = \beta E_t [\pi_{t+1}^x] + \gamma^x \pi_{t-1}^x + \xi^x (\tilde{MC}_t^x - \tilde{P}_t^x), \quad (31)$$

ahol

$$\xi^x = \frac{(1 - \xi^x)(1 - \beta \xi^x)}{\xi^x},$$

$0 < \xi^x < 1$ a Calvo paraméter, $0 < \gamma^x \leq 1$ az indexálási paraméter.

2.2.3 KOMPOZIT INPUTOK ELŐÁLLÍTÁSA

Az 1. szektor és az export szektor által felhasznált import jószágot kompetitív piacon állítják elő CES technológiával, általános import jószágból (u_t) és importált energiából (o_t):

$$m_t = \left[(b^1)^{\frac{1}{\rho}} u_t^{\frac{\rho-1}{\rho}} + (1 - b^1)^{\frac{1}{\rho}} o_t^{\frac{\rho-1}{\rho}} \right]^{\frac{\rho}{\rho-1}},$$

ahol $m_t = m_t^1 + m_t^x$ a szektor teljes kibocsátása, $0 < b^1 < 1$, és $\rho > 0$.

A profitmaximalizálásból levezethetők az inputkeresletet és a P_t^m alakulását leíró egyenletek:

$$\begin{aligned} u_t &= b^1 \left(\frac{P_t^m}{e_t P_t^{u*}} \right)^\rho m_t, \\ o_t &= (1 - b^1) \left(\frac{P_t^m}{e_t P_t^{o*}} \right)^\rho m_t, \\ P_t^m &= \left[b^1 (e_t P_t^{u*})^{1-\rho} + (1 - b^1) (e_t P_t^{o*})^{1-\rho} \right]^{\frac{1}{1-\rho}}, \end{aligned} \quad (32)$$

ahol e_t a nominális árfolyam P_t^{u*} és P_t^{o*} pedig az inputok külföldi valutában mért ára.

A belföldi kompozit jószágot kompetitív piacon állítják elő Cobb-Douglas technológiával, tőke és munka kombinációjából:

$$ci_t = k_{t-1}^\alpha l_t^{1-\alpha},$$

ahol $ci_t = ci_t^1 + ci_t^x$ a szektor teljes kibocsátása, k_{t-1} és l_t pedig a tőke és a munka.

A ci_t kompozit jószág árát a vállalatok határköltsége határozza meg. Feltesszük, hogy a t . időszakbeli termeléshez felhasznált tőke mennyiségéről $t - 1$. időszakban kell döntést hozni a vállalatoknak. Ebből adódóan t -ben a kereslet nem várt megváltozására csak a munka-input változtatásával tud reagálni a vállalat. Ebből adódóan a technológia rövid távon csökkenő skáláhozadékvá válik, azaz a határköltség függ a szektor kibocsátásától:

$$P_t^{ci} = MC_t^{ci} = W_t ci_t^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} k_{t-1}^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}}, \quad (33)$$

ahol W_t a nominális munkabér. A munka iránti keresletet pedig a következő egyenlet adja meg,

$$l_t = ci_t^{\frac{1}{1-\alpha}} k_{t-1}^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}}. \quad (34)$$

2.2.4 MAGINFLÁCIÓS KÖRÖN KÍVÜLI TERMÉKEK SEKTORA

A maginflációs körön kívüli termékek sektora három alszektor termékeinek fix súlyozású (Leontyev) aggregátuma, vagyis az alszektorok egymáshoz képesti relatív árai nem befolyásolják a relatív keresletüket. A három alszektor a piaci energia, a feldolgozatlan élelmiszerek és a regulált áras termékek sektora.

Az energia szektornak egyetlen inputja az importált energia (olaj), amelynek az ára egzogén. A szektor árképzése rugalmas, kizárólag az adók miatt nem tökéletes az árfolyam és az energiaár begyűjtése. Az élelmiszer szektor inputja az importált élelmiszer. A szektor árazása az energia szektorhoz hasonlóan rugalmas. A két szektor árazását a (72) és (73) egyenletek reprezentálják a *A.1 szakaszban*.

A regulált áras termékek sektora két részre osztható, regulált energia és regulált nem-energia szektorra, inputjuk az importált energia, illetve az általános import jószág. Az árazásuk a modell szempontjából egzogén, lásd a (74) és (75) egyenleteket.

2.2.5 MUNKAKÍNÁLAT

A modell munkakínálati egyenleteit nem származtatjuk explicit módon optimalizálási feladatokból, mivel a háztartások hasznosság függvényében nem jelenik meg a munkakínálat. A modell munkakínálati blokkja két egyenletből áll: a (78) egyenlet egy Phillips-görbe jellegű béregyenlet, a (80) egyenlet pedig a munkaórák és a foglalkoztatás kapcsolatát írja le. Mindkét egyenletet Smets és Wouters (2003) modellje inspirálta.

2.3 PÉNZÜGYI AKCELERÁTOR

Amint azt a bevezetőben is tárgyaltuk, bár 2007-2008 előtt a legtöbb makroökonómiai modellből hiányzott a pénzügyi sűrűlódások megjelenítése, a válság után nyilvánvalóvá vált, hogy ezek nélkül nem teljesen érthetők meg a gazdasági ingadozások. Konkrétan, Christiano et al. (2014), Christiano et al. (2015) és Lindé et al. (2016) megmutatja, hogy pénzügyi sokkok hozzáadásával a DSGE modellek előrejelző képessége javul és jobban magyarázzák mind a normál konjunktúra ciklusokat, mind a legutóbbi válságot. Ebből adódóan a modellbe integráltuk Bernanke et al. (1999) pénzügyi akcelerátor mechanizmusát.

A pénzügyi akcelerátor hatás ábrázolásához a gazdasági szereplők egy újabb csoportját vezetjük be a modellbe: a vállalkozókat. A vállalkozók függetlenek a háztartásoktól. Feltesszük, hogy a beruházási szektor által előállított fizikai tőke közvetlenül nem használható fel a kompozit input előállításához. Ahhoz, hogy a tőke termelési tényezővé váljon szükség van a vállalkozói szektor hozzájárulásához. Feltesszük, hogy végtelen sok vállalkozó van, egy adott vállalkozót l indexszel jelölünk, $l \in [0, 1]$.

A vállalkozók tevékenysége a következőképpen írható le. A t periódus végén az l vállalkozó $k_t(l)$ mennyiségű fizikai tőkét vásárol a beruházási szektortól, majd azt átalakítja termelésre alkalmas tőkévé. A felhasznált technológia sztochasztikus, az outputként előálló tőke hasznos mennyiségét egy idioszinkratikus sokk is befolyásolja, azaz az outputként előálló tőke mennyisége $\omega(l)k_t(l)$, ahol $\omega(l)$ az idioszinkratikus sokk.⁹ Az átalakítási folyamat után a $t + 1$. periódusban a vállalkozó bérbe adja a tőkét ci_{t+1} előállításához, majd a használt tőkét eladja a beruházási szektornak.

A fentiekből következik, hogy a vállalkozók tevékenységének a hozama

$$R_{t+1}^k(l) = \omega(l) \frac{z_{t+1} + Q_{t+1}(1 - \tau)}{Q_t},$$

ahol z_{t+1} a tőke bérleti költsége (lásd a (9) egyenletet), Q_{t+1} , Q_t pedig a tőke reálára, τ pedig a tőke amortizációs rátája.

Mivel a vállalkozók függetlenek a háztartásoktól, csak a saját nettó vagyonukat, illetve hitelt használhatnak fel a tőke vásárlásához. Ha $a_t^e(l)$ adott vállalkozó nettó reálvagyon a t . periódusban, akkor a tőke vásárlásához szükséges hitel,

$$B_t^e(l) = Q_t k_t(l) - a_t^e(l).$$

⁹ $\log \omega(l)$ várható értéke zero, szórása σ^2 .

Ugyanakkor, egy adott vállalkozó és a hitelezője kapcsolatát bonyolítja, hogy az informáltságuk aszimmetrikus. Míg az I vállalkozó természetesen képes megfigyelni $\omega(I)$ értékét, addig a hitelező csak bizonyos erőforrások ráfordítása esetén képes a sokk értékét megfigyelni. Amint azt Bernanke et al. (1999) megmutatja, ilyen feltételezések mellett az optimális hitelszerződés a következő formát ölti. A vállalkozó és a hitelező megállapodik egy $\bar{R}$ nagyságú hitelkamatban. A $t + 1$. periódus végén a vállalkozó realizálja az $\omega(I)R_{t+1}^k$ nagyságú hozamát. Ha ez fedezi a hitelköltségeket, akkor a vállalkozó visszafizet $\bar{R}B_t^e$ nagyságú összeget, a maradékot pedig megtartja, ami növeli nettó vagyonát. Ha $\omega(I)$ kisebb, mint egy adott $\bar{\omega}$ küszöbérték, akkor a hozam nem fedezi $\bar{R}B_t^e$ hiteltörlesztést, ilyenkor a vállalkozó csődöt jelent. Csőd esetén a hitelező kifizet adott nagyságú monitorozási költséget (monitoring cost), így képes számbavenni mekkora a vállalkozó hozama, és a teljes $\omega(I)R_{t+1}^k$ nagyságú hozam a hitelezőé lesz. Feltesszük, hogy a teljes monitorozási költség μ része a teljes bruttó hozamnak, ahol $0 < \mu < 1$.

A fenti pénzügyi szerződésnek két fontos implikációja van. Először, az aszimmetrikus információ és a monitorozási költség miatt a vállalkozónak a kockázatmentes kamatláb fölötti prémiumot kell fizetnie. Másodszor, makroökonómiai szinten a prémium a következőképpen fejezhető ki,

$$s_t = s\left(\frac{a_t}{Q_t K_t}\right), \quad s'(\cdot) < 0, \quad (35)$$

ahol s_t prémiumot a következőképpen definiáljuk,

$$s_t \equiv E_t \left[\frac{R_{t+1}^k}{1 + r_t} \right], \quad (36)$$

és r_t a kockázatmentes rövidkamatlábhoz tartozó reálkamatláb.

A (35) formula összefoglalja a pénzügyi akcelérátor mechanizmus legfontosabb jellemzőit: egyensúlyban a prémium negatívan függ a vállalkozói szektor nettó vagyonától. Intuitíven ez a következőképpen magyarázható: ha egy vállalkozónak nagyobb a tőkeáttétele (nagy a hitele a nettó vagyonához képest), akkor nagyobb valószínűséggel megy csődbe. Ezért a hitelezőnek várható értékben magasabb monitorozási költséget kell kifizetnie, ebből adódóan pedig magasabb prémiumot vár el vállalkozótól. Ez a mechanizmus felerősíti a konjunktúra ciklusokat. Például, recesszió esetén a vállalkozóknak kisebb a vagyona, ezért nagyobb prémiumot fizetnek, ami tovább csökkenti a vagyonukat. Másrészt, magasabb prémiumok esetén a beruházások is csökkenni fognak, ami tovább mélyíti a recessziót.

Feltesszük, hogy a vállalkozók véges ideig maradnak a piacon és kockázatkerülőek. Annak az (egzogén) valószínűsége, hogy egy vállalkozó a következő időszakban is a piacon fog tevékenykedni θ^e . Ez garantálja, hogy egy vállalkozónak a saját vagyona sohase nőhessen olyan nagyra, hogy a tőkevásárlásait teljesen képes legyen a saját vagyonából finanszírozni, hitelek nélkül. Minden időszakban $1 - \theta^e$ vállalkozó hagyja el a piacot, és a maradék nettó vagyonukat elfogyasztják. Másrészt, minden egyes periódusban $1 - \theta^e$ új vállalkozó lép be a piacra, ezért a vállalkozók populációja konstans. Technikai okokból feltesszük, hogy minden új vállalkozó a^e vagyonnal lép be a piacra.

Az aggregált vállalkozói vagyon a t . időszakban,

$$a_t^e = \theta^e v_t + \bar{a}^e, \quad (37)$$

ahol $\bar{a}^e = (1 - \theta^e) a^e$, v_t pedig a nem új belépők aggregált vagyona,

$$v_t = R_t^k Q_{t-1} k_{t-1} - (1 + r_{t-1} + \mathcal{M}_t) (Q_{t-1} k_{t-1} - a_{t-1}^e), \quad (38)$$

ahol $\mathcal{M}_t$ a várható monitorozási költség. A (38) egyenlet azt fejezi ki, hogy a vagyon a tőkén keletkezett hozam és a finanszírozási költségek különbsége, ahol $\mathcal{M}_t(Q_{t-1} k_{t-1} - a_{t-1}^e)$ a finanszírozási prémiumot reprezentálja. A (37) és (38) formulák kombinálásával kapjuk az aggregált vállalkozói vagyon evolúcióját leíró egyenletet,

$$a_t^e = \theta^e [R_t^k Q_{t-1} k_{t-1} - (1 + r_{t-1} + \mathcal{M}_t) (Q_{t-1} k_{t-1} - a_{t-1}^e)] + \bar{a}^e. \quad (39)$$

2.4 MONETÁRIS POLITIKAI SZABÁLY, NOMINÁLIS ÁRFOLYAM

A modellben a monetáris politikát egy kamatláb szabály reprezentálja. A szabály szerint a belföldi rövid kamatot a döntéshozók a múltbeli kamattal, az inflációs várakozások és a kibocsátási rés alapján határozzák meg. Formálisan,

$$i_t = (1 - r) i + r i_{t-1} + \frac{1 - r}{4} (r^\pi E_t [\pi_{t+4}^4] + r^{gdp} \widetilde{gap}_t) + \varepsilon_t^i, \quad (40)$$

ahol $0 < r < 1$, $0 < r^\pi$, $0 < r^{gdp}$ paraméterek, i_t a belföldi nominális rövid kamat, i a kamatláb cél szintje (semleges kamat), π_t^4 az éves inflációnak a céltól való eltérése, $\widetilde{gdp}_t$ a kibocsátási rés, ε_t^i a monetáris politikának a szisztematikustól eltérő viselkedését reprezentáló egzogén változó.

A nominális árfolyamot a modellben a módosított fedezetlen kamatparitás (*modified uncovered interest rate parity*, MUIP) segítségével származtatjuk. Az MUIP alapösszefüggése a következő egyenlet:

$$e_t = \eta (E_t [e_{t+1}] - d_t) + (1 - \eta)e_{t-1},$$

ahol $e_t = \log(E_t)$ a nominális árfolyam logaritmus, $d_t = i_t - i_t^* - pr_t$, a belföldi rövid kamatláb és a prémiummal kiegészített külföldi kamatláb különbsége, továbbá $0 < \eta < 1$. Az MUIP összefüggésről lásd Adolfson et al. (2008) tanulmányát.¹⁰ A Függelék A.3. szakaszában megmutatjuk, hogy a fenti egyenlet racionális várakozások mellett azt implikálja, hogy

$$de_t = - \sum_{i=0}^{\infty} \bar{\eta}^{i+1} E_t [di_{t+i}].$$

A fenti egyenlettel szemben, mi a modellben feltesszük, hogy a valutapiac szereplői korlátozottan racionálisak: nem látnak előre végtelen hosszúságú időhorizonton, azaz a fenti kifejezést véges összegre módosítjuk,

$$de_t = - \sum_{i=0}^{T^e} \bar{\eta}^{i+1} E_t [di_{t+i}], \quad (41)$$

ahol $0 < T^e < \infty$ adott paraméter.

2.5 KÜLFÖLD

Ahogy az a kis nyitott gazdaság modellekben megszokott, a külföld viselkedését egzogénnek tekintjük, és feltételezzük, hogy a belföldi változók alapvetően nem hatnak a külföldi gazdaságra. A külföld viselkedése következő módon befolyásolja a belföldi gazdaság működését a modellben. A 2.1.3. szakaszban található (14) egyenlet foglalja össze, hogy milyen tényezők befolyásolják a külföld export keresletét. A 2.2. szakaszban tárgyaljuk, hogy milyen jószágokat importálnak a belföldi vállalatok. Ezen termékek árát a belföldi szereplők egzogén adottságként fogadják el. A 2.4. szakaszban tárgyaljuk, hogy a (részben) külföldi befektetők miként befolyásolják a nominális árfolyam alakulását. Az eddigiek mellett a külföld viselkedését további négy egyenlet reprezentálja a modellben, lásd (108)–(111) egyenleteket az A.1 szakaszban. Ezek az egyenletek a külföldi CPI infláció, a külföldi maginfláció, a külföldi kibocsátási rés és a külföldi rövid kamatok alakulását írják le.

2.6 A MODELL MEGOLDÁSA

Egy DSGE modell megoldására a legegyszerűbb módszer a log-linearizált változat megoldása. Előnye az egyszerűségéből adódó gyorsasága, hátránya, hogy gyakran a közgazdaságilag fontos problémák kapcsolatban vannak a modell nem-linearitásával. Ez jelen esetben is így van. Amint azt a 2.1.1 szakaszban kifejtettük, az óvatossági motívum hatásait linearizált modellben nem tudjuk figyelembe venni. A háztartások viselkedését összefoglaló (5) fogyasztási függvény fontos jellemzője annak konkavítása, ha viszont linerizáljuk a modellt, akkor ez a tulajdonság elvész.

A nem-lineáris megoldó algoritmusoknak viszont hátránya a nehézségük és időigényességük, ami egy gyakorlati előrejelzésre és gazdaságpolitikai elemzésre használt modell esetében – amikor gyakran szoros határidők mellett kell eredményt produkálni – jelentősen növeli a működési kockázatot.

Éppen ezért egy kompromisszumos megoldást választottunk, ami hasonlóan gyors és megbízható, mint a lineáris megoldási algoritmusok, de a fogyasztási függvényben rejlő információ sem veszik el. Ennek a megoldásnak a költsége viszont, hogy a várakozások nem tökéletesen modell konzisztensek. Viszont mivel már eddig is több ponton eltávolodtunk a modell konzisztens várakozásoktól, ezért ezt nem éreztük szignifikáns problémának.

¹⁰ Ha $\eta = 1$, akkor a hagyományos fedezetlen kamatparitás egyenletéhez jutnánk.

A megoldás menete a következő. Kiindulásként megoldjuk az *A.1 szakaszban* ismertetett modellt. Formálisan a (45)–(111) egyenletekkel leírt modell kifejezhető mint

$$\mathbf{A}_{+1}\widetilde{\mathcal{X}}_{t+1} + \mathbf{A}_0(\hat{n}^1, \hat{n}^2)\widetilde{\mathcal{X}}_t + \mathbf{A}_{-1}\widetilde{\mathcal{X}}_{t-1} + \mathbf{B}\widetilde{\mathcal{Z}}_t = 0, \quad (42)$$

ahol $\mathbf{A}_{+1}$, $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{A}_{-1}$ és $\mathbf{B}$ együttható mátrixok, $\widetilde{\mathcal{X}}_t$ a linearizált modell endogén változóinak a vektora, $\widetilde{\mathcal{Z}}_t$ az egzogén sokkok vektora. Az, hogy $\mathbf{A}_0(\hat{n}^1, \hat{n}^2)$ együttható mátrix függvénye $\hat{n}^1$ és $\hat{n}^2$ változóknak azt fejezi ki, hogy a (45)–(46) linearizált egyenletekben az együtthatók értéke függ attól, hogy $\hat{n}^1$ és $\hat{n}^2$ milyen értékei mellett számoljuk f függvény deriváltjait. A (42) egyenlet megoldható bármilyen lineáris megoldó algoritmussal, például Uhlig (1999) determinálatlan együtthatók módszerével. A megoldás a következő egyenletet szolgáltatja

$$\widetilde{\mathcal{X}}_t = \mathbf{P}(\hat{n}^1, \hat{n}^2)\widetilde{\mathcal{X}}_{t-1} + \mathbf{Q}\widetilde{\mathcal{Z}}_t. \quad (43)$$

A modellt a fenti lineáris algoritmuson alapuló iterációval oldjuk meg. Az iteráció menete a következő. Az első lépésben meghatározzuk a két háztartás induló vagyonával konzisztens $\hat{n}_0^1$, $\hat{n}_0^2$ értékeket, majd a $\mathbf{A}_0(\hat{n}_0^1, \hat{n}_0^2)$ együttható mátrixot behelyettesítve a (42) egyenletbe megoldjuk azt. A megoldásként kapott $\mathbf{P}(\hat{n}_0^1, \hat{n}_0^2)$, $\mathbf{B}$ együttható mátrixokkal, ismerve $\widetilde{\mathcal{X}}_0$ értékét és felhasználva a (43) egyenletet kiszámolhatjuk $\widetilde{\mathcal{X}}_1$ értékét. Az így generált vektorból kiválasztható $\hat{n}_1^1$ és $\hat{n}_1^2$, amiből számolható $\hat{n}_1^1$ és $\hat{n}_1^2$ értéke.¹¹

Ezután a $\mathbf{A}_0(\hat{n}_1^1, \hat{n}_1^2)$ együttható mátrixot behelyettesítve a (42) egyenletbe ismét megoldjuk a modellt lineárisan, majd a fent leírt procedúrához hasonlóan kiszámoljuk $\hat{n}_2^1$ és $\hat{n}_2^2$ értékeket. Ezután $\mathbf{A}_0(\hat{n}_2^1, \hat{n}_2^2)$ együttható mátrix segítségével újra megoldjuk a modellt, és ezt az iterációt tetszőleges számban megismételjük.

A fenti algoritmus korlátozottan racionális szereplőket tételez fel, mert a modell szereplői minden egyes időperiódusban úgy számolják ki a gazdaság jövőbeli pályáját, hogy feltételezik, a háztartások fogyasztási határhajlandósága nem fog változni akkor sem, ha a jövőben megváltozik a vagyonuk. Majd a következő periódusban, mikor szembesülnek az előre nem látott változással, újrakalkulálják a várakozásaikat, de ismét feltételezik a jövőre nézve a változatlan viselkedést.

A fent vázolt algoritmus azonban rossz közelítést ad, ha a háztartás vagyona messze van a megcélzott óvatossági pénzügyi tartaléktól, azaz a vagyon pozitív állandósult állapotbeli értékétől. Márpedig az eladósodott háztartások éppen ilyenek. Az eladósodott háztartások (2. típusú háztartások) esetében a *Függelék A.1. szakaszában* található log-linearizált (46) fogyasztási egyenlet felírható a következő módon (az egyszerűség kedvéért r_t^h és d hatásától most eltekintünk),

$$c_t^2 - c^2 = f_n(\hat{n}_{t-1}^2, \cdot)(n_t^2 - n),$$

ahol az időindex nélküli változók az állandósult állapotbeli értékeket jelölik, és $n_t^2 \ll n$. Mivel f konkáv függvény, ezért negatív n_t^2 esetén nagy a meredeksége, szignifikánsan nagyobb, mint n környezetében. Ezért ha f deriváltját n_t^2 környezetében számoljuk, akkor a fenti formula szignifikánsan túlbecsüli a fogyasztás elmozdulását (ugyanakkor, ha a deriváltat n környezetében számoljuk, akkor szignifikánsan alulbecsüli).

Ezt a problémát úgy kezeljük, hogy az $n_t^2 - n$ távolságot két részre bontjuk, $n_t^2 - \bar{n}^2$ -re és $\bar{n}^2 - n$ -re, ahol $\bar{n}^2 > n_t^2$ és $\bar{n}^2$ közel van n_t^2 -hez. Az n_t^2 -ből $\bar{n}^2$ -be történő elmozdulásnak a fogyasztásra gyakorolt hatása a

$$f_n(\hat{n}_{t-1}^2, \cdot)(n_t^2 - \bar{n}^2)$$

formula, míg a maradék elmozdulás hatását a

$$\Delta_t(\bar{n}^2 - n)$$

kifejezés ragadja meg, ahol Δ_t a

$$\frac{f(\bar{n}^2, \cdot) - f(n, \cdot)}{\bar{n}^2 - n}$$

differencia hányados közelítése.

A probléma természetesen az, hogy miként válasszuk ki $\bar{n}^2$ -t. Elgondolásunk szerint az $n_t^2 - \bar{n}^2$ elmozdulásnak, a t -hez közeli időpontokra jellemző nagyságú elmozdulást kell tükröznie. Mivel n_t^2 lassan mozog, ezért $n_{t-2}^2 - n_{t-1}^2$, $n_{t-1}^2 - n_t^2$, $n_t^2 - n_{t+1}^2$

¹¹ Emlékeztetőül, $\hat{n}_t^i + 1 = \hat{n}_t^i d/n$, $i = 1, 2$.

egymáshoz közeli értékek. Ezt felhasználva az $n_t^2 - \bar{n}^2$ elmozdulást a $(1 - \Psi_t)(n_t^2 - n)$ kifejezéssel, a $\bar{n}^2 - n$ elmozdulást pedig a $\Psi_t(n_t^2 - n)$ kifejezéssel ragadjuk meg, ahol

$$1 - \Psi_t = \frac{|n_{t-2}^2 - n_{t-1}^2|}{|n_{t-1}^2 - n|}.$$

Ezt felhasználva c_t^2 elmozdulásának a közelítése

$$c_t^2 - c^2 = f_n(\hat{n}_{t-1}^2, \cdot)(1 - \Psi_t)(n_t^2 - n) + \Delta_t \Psi_t(n_t^2 - n), \quad (44)$$

és

$$\Delta_t = \frac{f(\Psi_t(n_{t-1}^2 - n) + n, r^h, d) - f(n, r^h, d)}{\Psi_t(n_{t-1}^2 - n)}.$$

Ha a log-linearizált modellben a (46) egyenletet a fenti (44) formulára cseréljük, akkor a szakasz elején leírt paraméterfrissítésen alapuló iterációs algoritmust alkalmazhatjuk erre a módosított rendszerre is.¹²

2.7 A MODELL KALIBRÁLÁSA

A modell paramétereit kalibráltuk. A modell állandósult állapotát befolyásoló paraméterek értékeit a GDP egyes résztételeinek részesedése alapján határoztuk meg. A modell dinamikus tulajdonságait befolyásoló paramétereket részben a magyar gazdaságra vonatkozó SVAR becslések eredményei motiválják,¹³ részben pedig a szakértői előrejelzések tapasztalatait használtuk fel.

A háztartási modell kalibrálásához felhasználtunk aggregált és egyedi háztartási vagyon és adósság adatokat. A kalibrálás során célunk volt, hogy a modell konzisztens legyen a legújabb szakértői becslésekkel, amelyek szerint a nominális árfolyam begyűrűzése lelassult a válság óta. Továbbá figyelembe vettük azokat a széleskörű nemzetközi empirikus evidenciákat, amelyek arra utalnak, hogy a Phillips-görbe „ellaposodott”, azaz a reálváltozóknak egyre kisebb a hatása az inflációra.¹⁴ A monetáris politikai szabály kalibrálása során figyelembe vettük, hogy az MNB jelenlegi monetáris politikája jobban támogatja a növekedést, mint az ezt megelőző időszakokban.

¹² Kiegészítésül még meg kell jegyezni, hogy ha n_t^2 negatív, akkor a (49) és (51) egyenletek is pontatlan közelítések, ezért ekkor a $\tilde{r}_t^{hlog}$ együtthatóját $(1 + r^h) a_t^{h2}$ -re cseréljük, és a tárgyalta algoritmus részeként ezt a paramétert is frissítjük.

¹³ Lásd például Vonnák (2010) tanulmányát.

¹⁴ Lásd erről Szentmihályi és Világi (2015) összefoglaló tanulmányát.

3 Impulzus válaszok elemzése

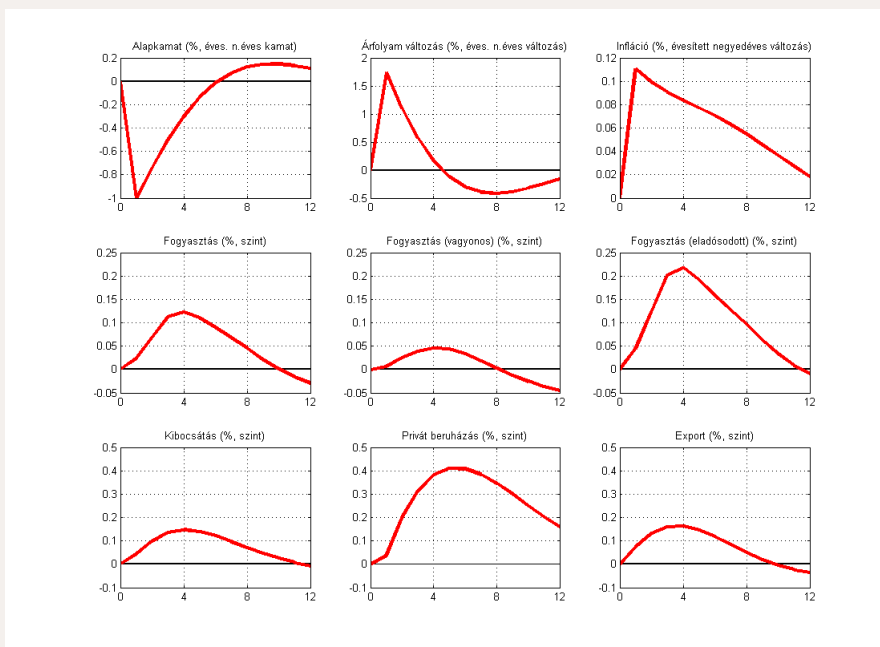
Ebben a szakaszban a modell impulzus válaszainak segítségével elemezzük a modell közgazdasági tulajdonságait.

Lineáris modellek esetén közismert, hogy az átmenet dinamika és az impulzus válaszok egymástól függetlenül kalkulálhatók.¹⁵ Másként szólva, ha egy lineáris modell endogén változóinak tetszőleges alappályáihoz sokkokat adunk, akkor az alappályák és a sokkolt pályák különbsége mindig azonos lesz. Ezért lineáris modellek esetén érdemes a modell állandósult állapotához (steady state) képest számolni az impulzus válaszokat.

Mivel ez a modell – ha kis mértékben is – nemlineáris, ezért nem mindegy, hogy milyen átmenet dinamikához képest számoljuk az impulzus válaszokat. A most következő szimulációk alappályái a következő átmenet dinamikán alapulnak: a két háztartási csoport vagyonának kezdeti értéke eltér a vagyon stabil értékétől – amit a megcélzott óvatossági pénzügyi tartalékszint (buffer stock) definiál –, az eladósodott és a vagyonos háztartások nettó vagyonának kezdeti értékét a jelenlegi magyar háztartási adatok segítségével kalibráljuk, a többi állapotváltozó kezdeti értéke viszont nem tér el az állandósult állapotbeli értékektől.

MONETÁRIS POLITIKAI SOKK

9. ábra
Monetáris politikai sokk



A monetáris politikai sokk¹⁶ (ε_t^i sokk a (90) egyenletben) hatására az árfolyam leértékelődik, másrészt élénkül a belső kereslet, ezek következtében pedig nő az infláció, illetve a versenyképesség-javulás hatására élénkül az export. A növekvő kibocsátás

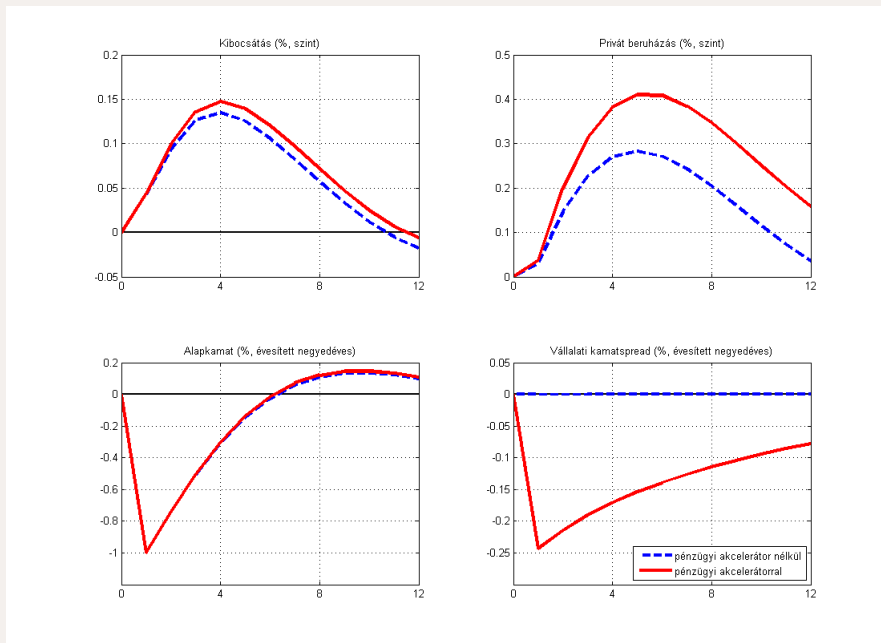
¹⁵ Átmenet dinamikán az endogén változóknak azokat a pályáit értjük, amelyek úgy állíthatók elő, hogy nem éri semmilyen sokk a rendszert, és valamely állapotváltozó kezdeti értéke nem egyeznek meg az állandósult állapotbeli értékeikkel. Az impulzus válaszok ezzel szemben azt vizsgálják, hogy változó valamely sokk-mentes alappályájához képest hogyan változik az endogén változó pályája, ha adott sokk éri a rendszert.

¹⁶ A negyedéves kamat 25 bázispontos sokkja, ami évesített mértékegységben 100 bázispont.

hatására a beruházások is pozitívan reagálnak. A kétféle háztartás fogyasztási döntését a kamatcsökkenés helyettesítési és jövedelmi hatása alapján hozza meg. Az eladósodott háztartásoknál a helyettesítési és a vagyonhatás ösztönzi az aktuális fogyasztást. A pozitív nettó vagyonnal rendelkező háztartásoknál ez a két hatás ellentétes irányú, és rövid távon élénkíti a fogyasztásukat, de a második év végétől a vagyonhatás dominál, aminek következtében csökken a fogyasztásuk.

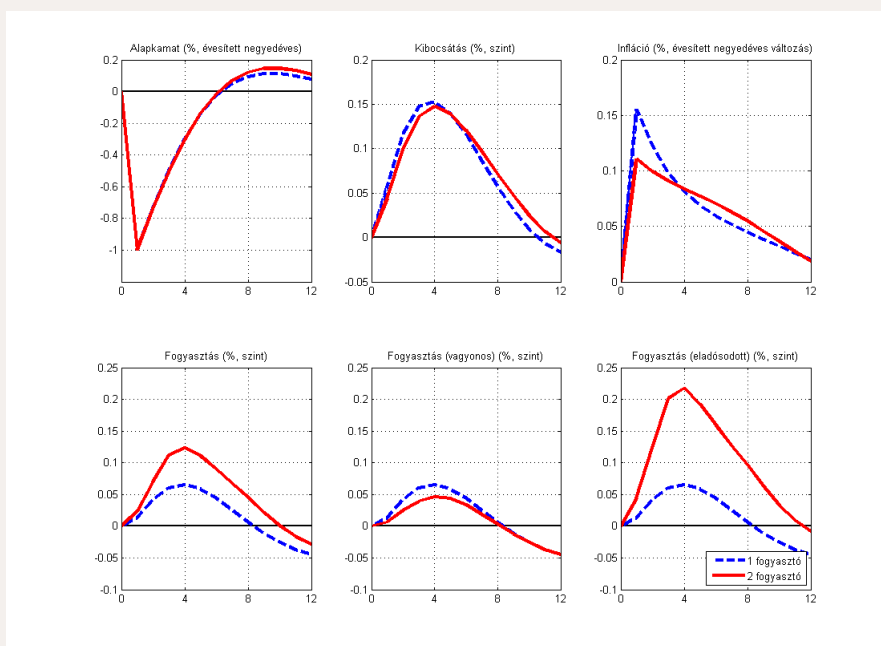
10. ábra

A pénzügyi akcelerator mechanizmus hatása monetáris politikai sokk esetén



11. ábra

Vagyoni heterogenitás hatása monetáris politikai sokk esetén



A 10. ábra szemlélteti a pénzügyi akcelerator mechanizmus működését. Az ábrán a kék szaggatott vonal ábrázolja a monetáris politika sokk hatását, ha nincs jelen a modellben a pénzügyi akcelerator mechanizmus (azaz ha $\alpha = 0$ a (88) egyenletben), a piros folytonos vonal esetében pedig működik pénzügyi akcelerator mechanizmus. Látható, hogy a pénzügyi akcelerator felerősíti a

monetáris politikai sokk hatását, mivel a külső finanszírozási prémium lecsökken. Ennek hatására a beruházás reakciója nagyobb, ami miatt a kibocsátás is jobban növekszik.

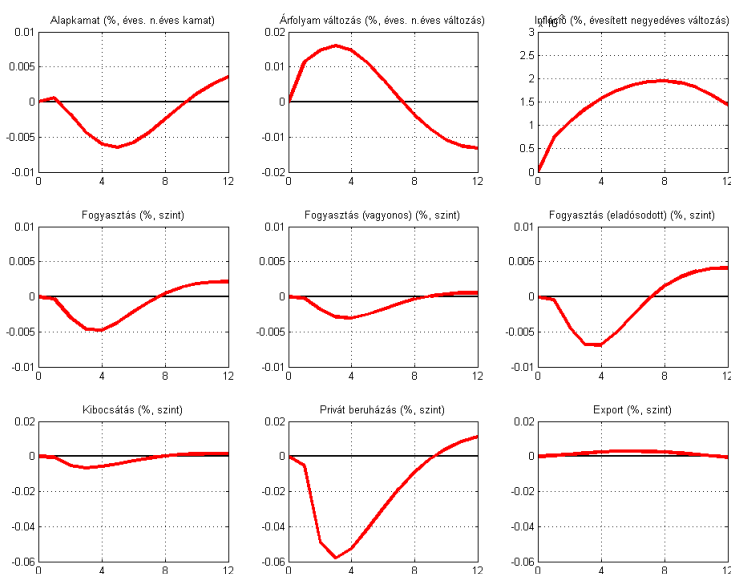
A monetáris sokk segítségével illusztráljuk, hogy a két háztartás típus bevezetése miként befolyásolja a modell működését. A 11. ábra azt ábrázolja, hogy miként változik a fogyasztás és reál GDP reakciója egy monetáris sokkra, ha az eladósodott háztartásokat pozitív nettó vagyonnal rendelkezőkre cseréljük, azaz ha megszűnik a vagyoni heterogenitás. Az ábrán látható, hogy ha a heterogenitást figyelembe vesszük, akkor a fogyasztás maximális reakciója közel kétszeresére nő a homogén vagyoneeloszlású esethez képest. Továbbá az inflációs különbség is szignifikáns, mintegy 5 bázispontos.

KÜLSŐ FINANSZÍROZÁSI PRÉMIUM SOKK

Ha a hitelezők úgy érzékelik, hogy a vállalkozók projektjei kockázatosabbak lesznek, azaz, ha a 2.3. szakaszban az $\omega(I)$ sokknak megnő a szórása, akkor a vállalkozók külső finanszírozási prémiuma megemelkedik. Azaz ε_t^s nagysága megnő a (88) egyenletben. Tegyük fel, hogy a vállalati hitelpremium 100bp-tal megemelkedik¹⁷ az előbb tárgyalt okok miatt. Ez növeli a beruházások költségét, ami visszaveti a vállalatok beruházási keresletét. A termelés csökkenése a munkakereslet csökkenésén keresztül enyhén visszafogja a háztartások fogyasztását. Ezekre reagálva a kereslet élénkítését ösztönző monetáris politika csökkenti a kamatot, ami az árfolyam gyengüléséhez vezet. Az árak kismértékben emelkednek, mivel az árfolyam-gyengülésből begyűrt áremelkedést a kereslet deflatorikus hatása nem tudja ellensúlyozni, mivel a (69) egyenletben a reálhatárköltség együtthatója alacsony, azaz mivel lapos a Phillips-görbe.

12. ábra

Külső finanszírozási prémium sokk

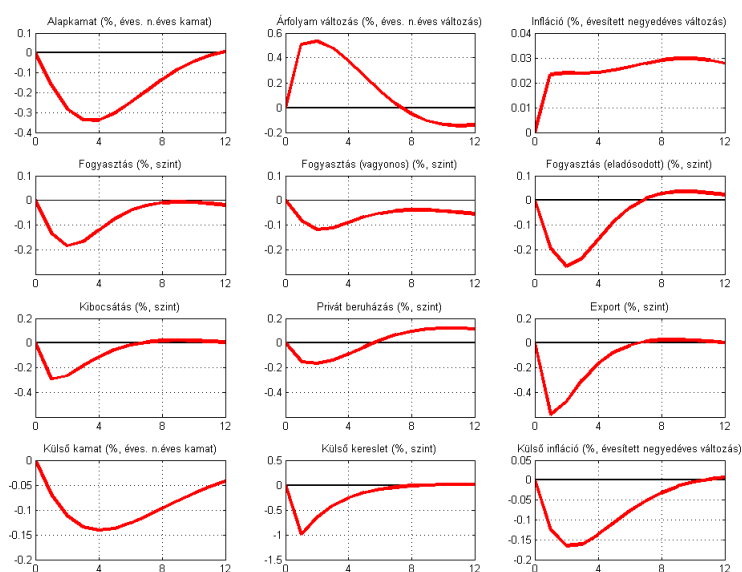


KÜLSŐ KERESLET SOKK

A külső kereslet 1%-os csökkenésének hatására (ε_t^Y sokk a (110) egyenletben) mérséklődik a kereslet az exporttermékek iránt, ami visszafogja a hazai gazdaság kibocsátását. Az export szektor csökkenő beruházási kereslete még inkább visszafogja a gazdasági teljesítményt. Lecsökken az export szektor munkakereslete is, ami a reálbérek és a bértömeg csökkenéséhez vezet. A háztartások érzékelik az elkölthető jövedelmek mérséklődését, és visszafogják fogyasztásukat — a magasabb fogyasztási hajlandóságú eladósodott fogyasztók nagyobb mértékben. A növekedést ösztönző monetáris politika a csökkenő keresletet (és

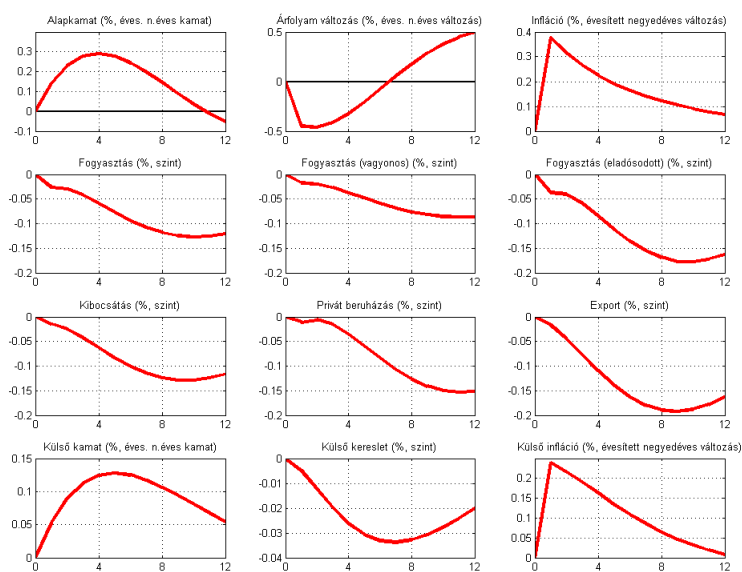
¹⁷ A negyedéves prémium 25 bázispontos emelkedése, ami évesített mértékegységben 100 bázispont.

13. ábra
Külső keresleti sokk



annak dezinflációs hatását) kompenzálni szándékozik, ezért lazítani kezd, aminek hatására a korlátozottan előretekintő pénzpiac árfolyam-gyengüléssel reagál. Mivel a Phillips-görbe lapos, ezért a keresletcsökkenés dezinflációs hatása kicsi, a keresletcsökkenés és az importált infláció árcsökkentő hatását kompenzálja az árfolyam-gyengülés azonnali inflációt emelő hatása.

14. ábra
Olajár sokk



OLAJÁR SOKK

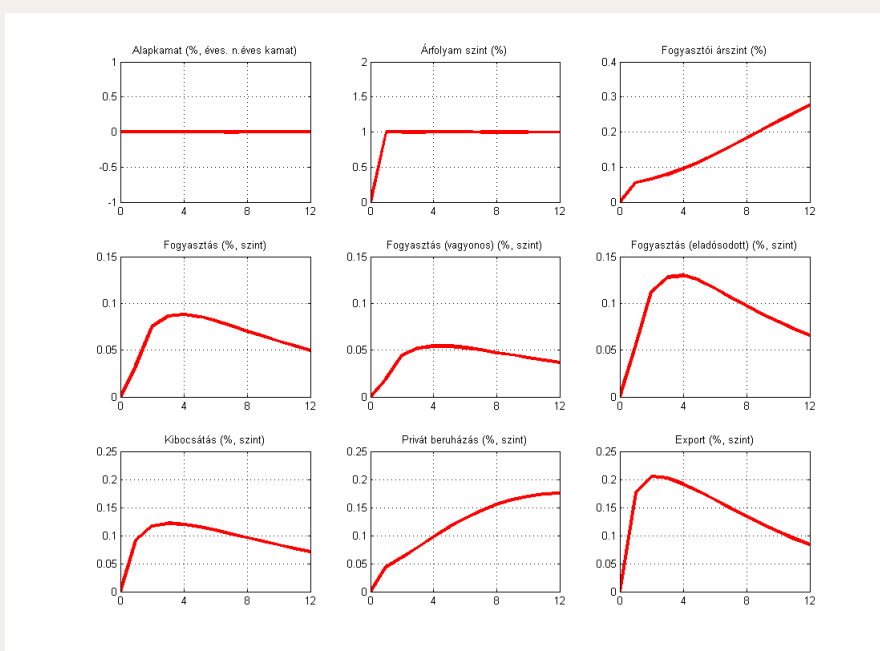
Az olajárnövekedés 10%-os (π_t^{0*} sokk), fokozatosan lecsengő emelkedése növeli a termelési költségeket, ami megemeli az importált inflációt. Az árazás szempontjából fontos, hogy az olajár-emelkedés azonnal növeli a hazai energiaárakat is, ami késleltetve, a másodkörös hatásokon keresztül a maginflációs termékek árában is megjelenik. Emellett a költségek emelkedésének hatására a termelő vállalatok profitja lecsökken, amihez az áremelések mellett csökkenő munkakereslettel is alkalmazkodnak, és visszafogják termelésüket. A monetáris politika reakciója nagyobb az inflációra, mint a kibocsátási résre, ezért az olajár sokkra kamatemeléssel reagál, az árfolyam-erősödés dezinflációs hatásán keresztül csökkentve a hazai inflációt. A fogyasztói árak emelkedése következtében a háztartások reáljövedelme csökken, amit az adaptív várakozásokkal rendelkező háztartások lassan érzékelnek, ezért a fogyasztás reakciója lassabb.

ÁRFOLYAM SOKK

Megvizsgáltuk annak a hatását, ha az árfolyam tartósan 1%-kal leértékelődik (ε_t^{de} sokk a (91) egyenletben), miközben a monetáris politika változatlanul hagyja a kamatszintet. A Phillips-görbét az utóbbi időben empirikusan megfigyelhető alacsony árfolyam-begyűréshez kalibráltuk be, ezért az árszint két év alatt kevesebb mint 0,2%-kal emelkedik. A reálgazdaság a gyengébb árfolyam hatására élénkül. Az export termékek versenyképesebbé válnak, és a növekvő profit emeli az export szektor termelését, ami az exportáló vállalatok beruházási és munkaerő-keresletének emelkedéséhez vezet. A lakosság érzékeli jövedelmének emelkedését, és tartósan megemeli fogyasztását. Az eladósodott fogyasztók a magasabb fogyasztási határhajlandóság következtében erősebben reagálnak, mint a pozitív nettó vagyonnal rendelkező fogyasztók.

15. ábra

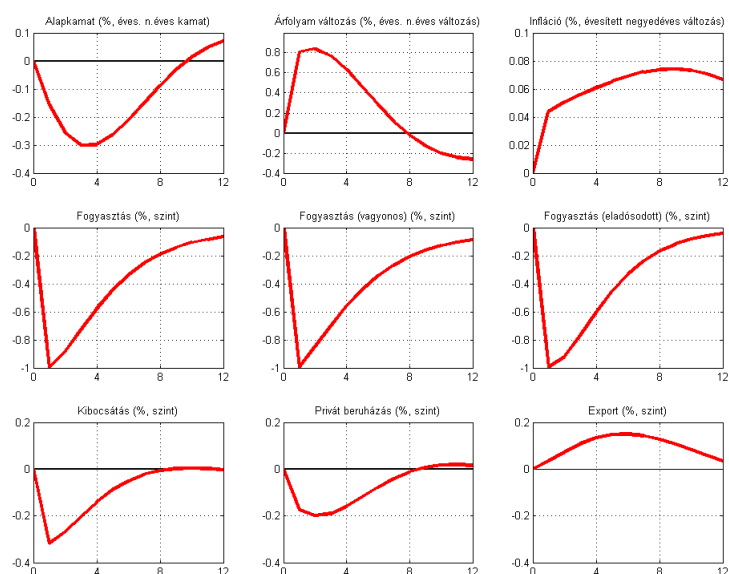
Árfolyam sokk (változatlan kamatszint mellett)



FOGYASZTÁSI SOKK

Ha 1%-kal csökken a háztartások fogyasztása (egyenlő mértékben mindkét háztartástípusnál, ε_t^{h1} , ε_t^{h2} sokkok a (45), (46) egyenletekben), akkor az a kereslet, a termelés és a vállalatok beruházása csökkenéséhez vezet. A keresletcsökkenés hatására a monetáris politika lazítani kezd, ami az árfolyam gyengüléséhez vezet. Mivel a Phillips-görbe lapos, ezért az árfolyam-gyengülés azonnali inflációt emelő hatása nagyobb a keresletvisszaesés inflációt mérséklő hatásánál.

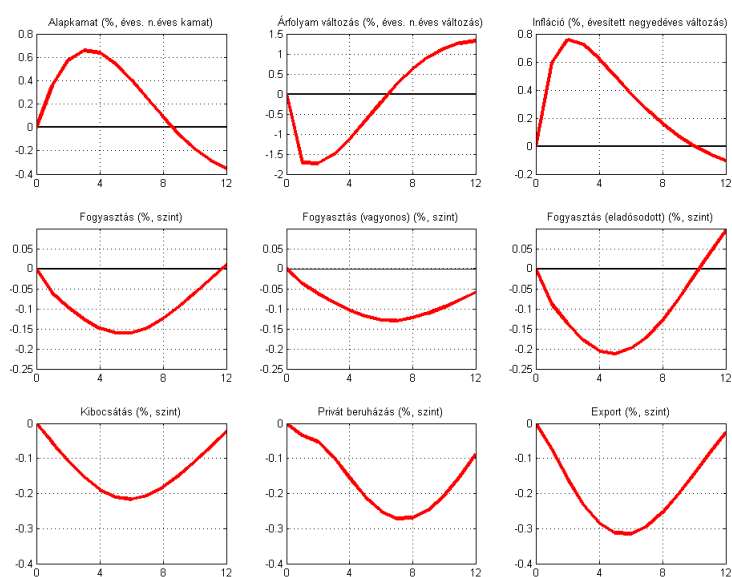
16. ábra
Fogyasztási sokk



MAGINFLÁCIÓS SOKK

Ha az árazás megváltozik, megemelkedik a piaci ár fölötti árrés (ε_t^{p1} sokk a (69) egyenletben) és megemelkedik az infláció, a monetáris politika szigorítással téríti vissza az inflációt az egyensúlyi értékéhez. Az emelkedő kamatok és az ennek hatására erősödő árfolyam visszafogja a belső keresletet és az exportot, negatív kibocsátási rést okozva.

17. ábra
Maginflációs sokk

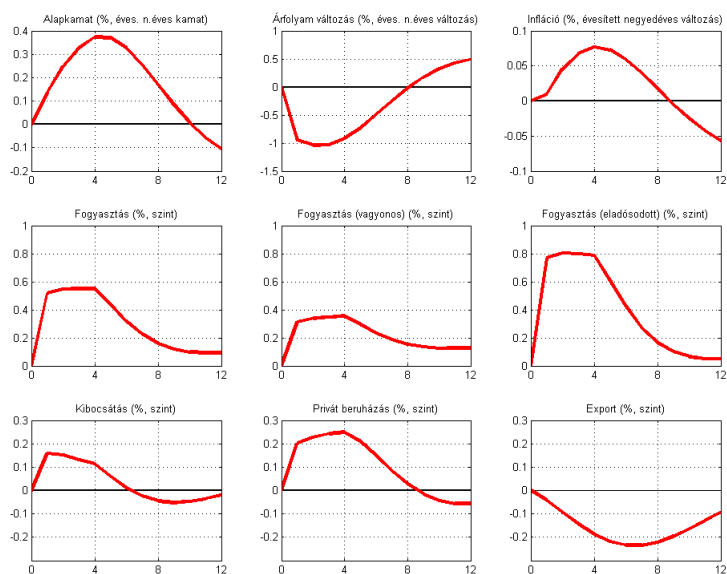


REÁLBÉR SOKK

Ha egy évig 1%-kal magasabbak a reálbérek (ε_t^w sokk a (78) egyenletben), megemelkedik a vállalatok reál határköltsége, ami a maginfláció növekedésén keresztül növeli a fogyasztói árakat. Ehhez járul hozzá az élénkülő kereslet, mivel a reálbér emelkedés hatására megnő a háztartások reáljövedelme, ami a fogyasztás bővüléséhez vezet. Az eladósodott háztartások reakciója a magasabb fogyasztási határhajlandóságuk következtében nagyobb. A monetáris politika azonban a növekvő kereslet és infláció hatására szigorít, ami az árfolyam erősödéséhez vezet. Ez közvetlenül és középtávon közvetve a másodkörös hatásokon keresztül is visszafogja az inflációt.

18. ábra

Reálbér sokk



4 Összefoglalás

A 2007-2008-as pénzügyi/makroökonómiai válság tanulságai szükségessé tették egy új makroökonómiai előrejelző modell fejlesztését az MNB-ben. A modell egy kis nyitott gazdaságot reprezentál, DSGE filozófián alapul, de több ponton eltér attól.

A modell fő újításai az MNB régebbi előrejelző modelljeihez képest, hogy figyelembe veszi a háztartások eladósodottságának, illetve heterogenitásának fogyasztási hatásait, beépíti a pénzügyi akcelerátor mechanizmust és realisztikusabban kezeli a várakozásokat.

A modell paramétereit szakértői tapasztalatok és SVAR becslések alapján kalibráltuk. A kalibrált modell tulajdonságait impulzus válaszok elemzése segítségével vizsgáljuk, a kapott eredmények összhangban vannak az MNB szakértőinek empirikus elemzéseken alapuló tudásával. A modell sikeresen illeszkedett az MNB előrejelzői rendszerébe.

A további fejlesztések során tervezzük, hogy a fiskális politikát és annak hatásait részletesebben modellezzük, valamint kiegészítjük a modellt bankrendszerrel, mint például Bokan et al. (2016) tanulmányában.

Hivatkozások

- Adolfson, M., S. Laséen, J. Lindé és M. Villani, 2008. Evaluating an Estimated New Keynesian Small Open Economy Model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(8), 2690-2721.
- Beneš, J., T. Hlédik, M. Kumhof és D. Vávra, 2005. An Economy in Transition and DSGE: What the Czech National Bank's New Projection Model Needs, Czech National Bank Working Paper 12.
- Benk, Sz., M.Z. Jakab, M.A. Kovács, B. Párkányi, Z. Reppa és G. Vadas G., 2006. The Hungarian Quarterly Projection Model (NEM), MNB Műhelytanulmányok (Occasional Paper) 60.
- Bernanke, B., M. Gertler és S. Gilchrist, 1999. The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework, in J. B. Taylor and M. Woodford (eds.), *Handbook of Macroeconomics* Vol. 1, Amsterdam: North-Holland.
- Boissay, F., F. Collard és F. Smets, 2016. Booms and Banking Crises, *Journal of Political Economy*, 124(2), 489-538.
- Bokan, N., A. Gerali, S. Gomes, P. Jacquinot és M. Pisani, 2016. EAGLE-FLI – A macroeconomic model of banking and financial interdependence in the euro area, ECB Working Paper No. 1923.
- Borio, C., 2012. The Financial Cycle and Macroeconomics: What Have We Learnt?, BIS Working Paper 395.
- Brunnermeier, M.K., 2009. Deciphering the Liquidity and Credit Crunch 2007-2008, *Journal of Economic Perspectives*, 23(1), 77-100.
- Carroll, C., 2001. A Theory of the Consumption Function, with and without Liquidity Constraints, *Journal of Economic Perspectives*, 15(3) (Summer), 23-45.
- Carroll, C., 2009. Precautionary Saving and the Marginal Propensity to Consume Out of Permanent Income, *Journal of Monetary Economics*, 56(6), 780-790
- Carroll, C., 2012. Theoretical Foundations of Buffer Stock Saving, manuscript, John Hopkins University.
- Christiano, L.J., R. Motto és M. Rostagno, 2014. Risk Shocks, *American Economic Review*, 104(1), 27-65.
- Christiano, L.J., M.S. Eichenbaum és M. Trabandt, 2015. Understanding the Great Recession, *American Economic Journal: Macroeconomics*, 7(1), 110-167.
- Christoffel, K., G. Coenen és A. Warne, 2008. The New Area-Wide Model of the Euro Area – A Micro-Founded Open-Economy Model for Forecasting and Policy Analysis, ECB Working Paper, No. 944.
- De Grauwe, P., 2012. *Lectures on Behavioral Macroeconomics*, Princeton University Press.
- Drehmann, M., C. Borio és K. Tsatsaronis, 2012. Characterising the Financial Cycle: Don't Lose Sight of the Medium Term!, BIS Working Paper 380.
- Eggertsson, G.B és P.R. Krugman, 2012. Debt, Deleveraging and the Liquidity Trap: a Fisher-Minsky-Koo Approach, *Quarterly Journal of Economics*, 127(3), 1469-1513.

- Eggertsson, G.B. és N.R. Mehrotra, 2014. A Model of Secular Stagnation, NBER Working Paper, 20574.
- Geanakoplos, J., 2009. The leverage cycle, in D. Acemoglu, K. Rogoff, M. Woodford (eds.), *NBER Macroeconomics Annual*, Daron Acemoglu, Kenneth Rogoff and Michael Woodford, University of Chicago Press.
- Gorton, G.B., 2010. *Slapped by the Invisible Hand: The Panic of 2007*, Oxford University Press.
- Gorton, G.B., 2012. *Misunderstanding Financial Crises – Why We Don’t See Them Coming*, Oxford University Press.
- Gorton, G.B. és G. Ordoñez, 2014. Collateral crises, *American Economic Review*, 104(2), 343–378.
- Gorton, G.B. és G. Ordoñez, 2016. Good booms, bad booms, NBER Working Paper 22008.
- Horváth Á., Horváth Á., Krusper B., Várnai T. és Várpalotai V., 2009. A Delphi modell, MNB kézirat.
- Iacoviello, M., 2005. House Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle, *American Economic Review* 95(3) 739-764.
- Jakab, M.Z. és B. Világi, 2008. An estimated DSGE model of the Hungarian economy, MNB Füzetek (Working Paper), 2008/9.
- Kiyotaki, N. és J. Moore, 1997. Credit cycles, *Jornal of Political Economy*, 105(2), 211-248.
- Lindé, J., F. Smets és R. Wouters, 2016. Challenges for Central Banks’ Macro Models, in J.B. Taylor és H. Uhlig (eds.) *Handbook of Macroeconomics*, forthcoming.
- Smets, F. és R. Wouters, 2003. An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area, *Journal of the European Economic Association*, 1(5), 1123-1175.
- Smets, F. és R. Wouters, 2007. Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach, *American Economic Review*, 97(3), 586-606.
- Szentmihályi Sz. és Világi B., 2015. A Phillips-görbe – elmélettörténet és empirikus összefüggések, *Hitelintézeti Szemle*, 14(4), december.
- Szilágyi, K., D. Baksa, J. Beneš, Á. Horváth, Cs. Köber és G.D. Soós, 2013. The Hungarian Monetary Policy Model, MNB Working Paper, 2013/1.
- Uhlig, H., 1999. A Toolkit for Analysing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily, in R. Marimon és A. Scott (eds.) *Computational Methods of Dynamic Economies*, Oxford University Press.
- Vonnák, B., 2010. Kockázatiprémiüm-sokkok, monetáris politika és árfolyam-begyűrűzés Csehországban, Magyarországon és Lengyelországban, MNB Working Paper 2010/1.

Appendix A

A.1 LOG-LINEARIZÁLT MODELL

Ebben a szakaszban a modell log-linearizált változatát prezentáljuk. Ahogy azt a következő szakaszban ismertetjük, a modell megoldása során figyelembe vesszünk nemlinearitásokat is, de a megoldási algoritmusban a modell alábbi linearizált változatát használjuk fel. A linearizált egyenletekben a hullámmal (tilde) jelölt változók az adott változónak az állandósult állapotától (steady state) való százalékos eltérését jelöli, időindex nélkül pedig adott változó állandósult állapotát jelöljük.¹⁸

AGGREGÁLT KERESLET

A 2.1.1. szakaszban bemutatott (5) fogyasztási függvény segítségével kapjuk meg a háztartások fogyasztási keresletét,

$$\tilde{c}_t^1 = \frac{n^1}{c^1} f_n \tilde{n}_t^1 + \frac{d^1}{c^1} (1 + r^h) f_r \tilde{r}_t^h + \frac{d^1}{c^1} f_d \tilde{d}_t^1 + \varepsilon_t^{h1}, \quad (45)$$

$$\tilde{c}_t^2 = \frac{n^2}{c^2} f_n \tilde{n}_t^2 + \frac{d^2}{c^2} (1 + r^h) f_r \tilde{r}_t^h + \frac{d^2}{c^2} f_d \tilde{d}_t^2 + \varepsilon_t^{h2}. \quad (46)$$

ahol f_n , f_r , és f_d a fogyasztási függvény $\hat{n}$, r^h és $\hat{d}$ szerinti deriváltja.¹⁹ Az aggregált fogyasztást a két háztartási csoport fogyasztásának a súlyozása adja:

$$\tilde{c}_t = \frac{c^1}{c} \tilde{c}_t^1 + \frac{c^2}{c} \tilde{c}_t^2. \quad (47)$$

Az (5) fogyasztási egyenlet kulcsváltozója n_t , ami a háztartások folyó jövedelmének a múltbeli nettó reálvagyonának és az azon keletkezett kamatjövedelmének az összege. A nettó reálvagyon alakulását a következő egyenletek írják le,

$$a^1 \tilde{a}_t^1 = (1 + r^h) a^1 (\tilde{a}_{t-1}^1 + \tilde{r}_t^{h1}) - c^1 \tilde{c}_t^1 + D^1 \tilde{D}_t^1, \quad (48)$$

$$a^2 \tilde{a}_t^2 = (1 + r^h) a^2 (\tilde{a}_{t-1}^2 + \tilde{r}_t^{h2}) - c^2 \tilde{c}_t^2 + D^2 \tilde{D}_t^2, \quad (49)$$

ahol a_t^i , ($i = 1, 2$) a nettó reálvagyon, D_t^i a folyó rendelkezésre álló reáljövedelem, r_t^{hlag} , pedig az ex post realizált reálkamat. Defináljuk N_t^i változókat:

$$N^1 \tilde{N}_t^1 = (1 + r^h) a^1 (\tilde{a}_{t-1}^1 + \tilde{r}_t^{h1}) + D^1 \tilde{D}_t^1, \quad (50)$$

$$N^2 \tilde{N}_t^2 = (1 + r^h) a^2 (\tilde{a}_{t-1}^2 + \tilde{r}_t^{h2}) + D^2 \tilde{D}_t^2. \quad (51)$$

Amint azt a 2.1.1 szakaszban tárgyaltuk a háztartások korlátozottan racionálisak abban az értelemben, hogy a jövedelmük és vagyonuk reálértékét csak késleltetéssel tudják pontosan megítélni. Jelöljük n_t^i -vel N_t^i érzékelt nagyságát. Ezt feltételezésünk szerint a következő adaptív tanulási folyamat határozza meg,

$$\tilde{n}_t^1 = g^n \tilde{N}_t^1 + (1 - g^n) \tilde{n}_{t-1}^1, \quad (52)$$

$$\tilde{n}_t^2 = g^n \tilde{N}_t^2 + (1 - g^n) \tilde{n}_{t-1}^2. \quad (53)$$

ahol $0 < g^n < 1$. A tőke hozamát a (8) egyenlet határozza meg, amelynek a log-linearizált változata a következő:

$$\tilde{r}_t^k = \frac{\tilde{z}_t + (1 - \tau) \tilde{Q}_t}{z + (1 - \tau)} - \tilde{Q}_{t-1}, \quad (54)$$

¹⁸ Ha X_t egy általános változó, akkor X a változó állandósult állapotát jelöli, $\tilde{X} = (X_t - X)/X$. Ha j_t kamatlábat jelöl, akkor $\tilde{j}_t = j_t - j$.

¹⁹ Emlékeztetőül, $\tilde{x}_t = X_t/d$, azaz adott változónak és d állandósult állapotának a hányadosa. Ebből adódóan $\tilde{x}_t = \tilde{X}_t/d - 1$.

ahol $\tilde{r}_t^k = (R_t^k - R^k)/R^k$. A (11) egyenlet log-linearizálásával a következő kifejezéshez jutunk,

$$\tilde{Q}_t^* = \sum_{i=1}^T \frac{z(1-\tau)^{i-1}}{(r^k)^i} (\bar{E}_t[\tilde{z}_{t+i}^*] - \bar{E}_t[r_{t+1}^k] - \dots - \bar{E}_t[r_{t+i}^k]). \quad (55)$$

A tőke bérleti díját meghatározó (9) egyenlet log-linearizált változata a következő,

$$\tilde{z}_t = (1-\alpha)(\tilde{l}_t - \tilde{k}_{t-1}). \quad (56)$$

Log-linearizáljuk és kombináljuk a (9) egyenletet és a (12) egyenletet:

$$\tilde{z}_t^* = \tilde{m}\tilde{c}_t^{ci} + \alpha^z(1-\alpha)(\tilde{l}_t - \tilde{k}_{t-1}) + (1-\alpha^z)\tilde{c}_t, \quad (57)$$

ahol felhasználtuk, hogy a kompozit jószág ára megegyezik a határkölségével. A (6) tőkefelhalmozási egyenlet log-linearizálva:

$$\tilde{k}_t = (1-\tau)\tilde{k}_{t-1} + \tau\tilde{l}_t. \quad (58)$$

A (13) egyenlet log-linearizálása adja a következő formulát,

$$\tilde{l}_t = \omega\tilde{l}_{t-1} + \omega^Q\tilde{Q}_t + \omega^{Q^*}\tilde{Q}_t^* + \omega^{gdp}g\tilde{d}p_t. \quad (59)$$

Az export keresletet a (14) egyenlet log-linearizálása adja:

$$\tilde{x}_t = \theta^1\tilde{x}_{t-1} + \theta^2\tilde{y}_t^* + \theta^3\tilde{q}_t^x, \quad (60)$$

A (15)–(17) egyenletek log-linearizálása segítségével magkapjuk a $\tilde{y}_t^{1c}$ és $\tilde{y}_t^{2c}$ iránti keresletet:

$$\tilde{y}_t^{1c} = \varrho^c(1-\chi^c)\tilde{p}_t^{21} + \tilde{c}_t, \quad (61)$$

$$\tilde{y}_t^{2c} = -\varrho^c\chi^c\tilde{p}_t^{21} + \tilde{c}_t, \quad (62)$$

ahol $\tilde{p}_t^{21} = \tilde{p}_t^2 - \tilde{p}_t^1$. A (21)–(23) egyenletek log-linearizálása adja következő keresleti egyenleteket:

$$\tilde{y}_t^{1g} = \varrho^g(1-\chi^g)\tilde{p}_t^{21} + \tilde{g}_t, \quad (63)$$

$$\tilde{y}_t^{2g} = -\varrho^g\chi^g\tilde{p}_t^{21} + \tilde{g}_t. \quad (64)$$

A (18)–(20) egyenletek log-linearizálása segítségével kifejezhető a $\tilde{y}_t^{1l}$ és $\tilde{y}_t^{2l}$ iránti kereslet:

$$\tilde{y}_t^{1l} = \varrho^l(1-\chi^l)\tilde{p}_t^{21} + \tilde{l}_t, \quad (65)$$

$$\tilde{y}_t^{2l} = -\varrho^l\chi^l\tilde{p}_t^{21} + \tilde{l}_t, \quad (66)$$

A (24) és (25) egyenletek log-linearizálásával megkapjuk az 1. és 2. szektor termékei iránti belföldi keresletet:

$$y^1\tilde{y}_t^1 = y^{1c}\tilde{y}_t^{1c} + y^{1l}\tilde{y}_t^{1l} + y^{1g}\tilde{y}_t^{1g}, \quad (67)$$

$$y^2\tilde{y}_t^2 = y^{2c}\tilde{y}_t^{2c} + y^{2l}\tilde{y}_t^{2l} + y^{2g}\tilde{y}_t^{2g}. \quad (68)$$

AGGREGÁLT KÍNÁLAT

Ahogy azt a 2.2.1 szakaszban tárgyaltuk, az 1. szektor árazási viselkedését a (28) Phillips-görbe egyenlet adja meg, azaz

$$(1 + \beta\gamma^{\rho 1})\pi_t^1 = \beta E_t[\pi_{t+1}^1] + \gamma^{\rho 1}\pi_{t-1}^1 + \bar{\xi}^{\rho 1}\tilde{m}\tilde{c}_t^1 + (1 + \beta\gamma^{\rho 1})\varepsilon_t^{\rho 1}, \quad (69)$$

ahol

$$\bar{\xi}^{\rho 1} = \frac{(1 - \xi^{\rho 1})(1 - \beta\xi^{\rho 1})}{\xi^{\rho 1}},$$

és $\tilde{m}\tilde{c}_t^1 = \tilde{M}\tilde{C}_t^1 - \tilde{p}_t^1$ a reálhatárkölség, amiről a Függelék A.4. szakaszában belátjuk, hogy

$$\tilde{m}\tilde{c}_t^1 = a^1\tilde{q}_t^1 + (1 - a^1)\left[\tilde{m}\tilde{c}_t^{ci} + (1 - \chi^c)\tilde{p}_t^{21}\right],$$

ahol kompozit input reálhatárkölsége,

$$\widetilde{mc}_t^{ci} = \widetilde{w}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha} \widetilde{c}_t - \frac{\alpha}{1-\alpha} \widetilde{k}_{t-1}, \quad (70)$$

amit a (33) egyenlet log-linearizálásával kapunk. Amint azt a 2.2.2 szakaszban beláttuk, az export szektor árazását a (31) Phillips-görbe reprezentálja, azaz

$$(1 + \beta\gamma^x) \pi_t^x = \beta E_t [\pi_{t+1}^x] + \gamma^x \pi_{t-1}^x + \bar{\xi}^x \widetilde{mc}_t^x, \quad (71)$$

ahol

$$\bar{\xi}^x = \frac{(1 - \xi^x)(1 - \beta\xi^x)}{\xi^x},$$

és $\widetilde{mc}_t^x = \widetilde{MC}_t^x - \widetilde{P}_t^x$ a reálhatárkölség, amiről a *Függelék A.4. szakaszában* megmutatjuk, hogy

$$\widetilde{mc}_t^x = a^x (\widetilde{q}_t^1 + \widetilde{P}_t^{1x}) + (1 - a^x) [\widetilde{mc}_t^{ci} + (1 - \chi^c) \widetilde{P}_t^{21} + \widetilde{P}_t^{1x}].$$

Az energia és a feldolgozatlan élelmiszer szektor árazása:

$$\pi_t^{2e} = p^e (d\widetilde{e}_t + \pi_t^{o*}), \quad (72)$$

$$\pi_t^{2a} = p^a (d\widetilde{e}_t + \pi_t^{o*}), \quad (73)$$

π_t^{o*} és π_t^{a*} az importált energia és az importált élelmiszerek külföldi valutában mért inflációja, amiket egzogén tényezőknek tekintünk a modellben, továbbá $0 < p^e < 1$ és $0 < p^a < 1$. A regulált energia és regulált nem energia szektor inflációját, mint egzogén faktort kezeljük,

$$\pi_t^{2re} = \varepsilon_t^{p2re}, \quad (74)$$

$$\pi_t^{2r} = \varepsilon_t^{p2r}. \quad (75)$$

A maginfláción kívüli tételek inflációja a fenti tételek súlyozásából adódik:

$$\pi_t^2 = c^e \pi_t^e + c^a \pi_t^a + c^{re} \pi_t^{re} + c^r \pi_t^r, \quad (76)$$

ahol c^e , c^a , c^{re} és c^r a piaci energia, a feldolgozatlan élelmiszerek, a regulált energia és regulált áras termékek alszektoraának a 2. szektoron belüli részesedése.

A CPI infláció pedig az 1. és 2. szektor inflációjának súlyozott átlaga.

$$\pi_t^c = \chi^c \pi_t^1 + (1 - \chi^c) \pi_t^2. \quad (77)$$

A béralakulást a következő Phillips-görbe jellegű összefüggés írja le.

$$\begin{aligned} (1 + \beta) \widetilde{w}_t &= \beta E_t [\widetilde{w}_{t+1}] + \widetilde{w}_{t-1} + \beta \pi_t^{ce} - (1 + \beta \gamma^w) \pi_t^c + \gamma^w \pi_{t-1}^c \\ &+ \frac{(1 - \beta \xi^w)(1 - \xi^w)}{(1 + \theta^w \sigma^l) \xi^w} (\sigma^l e \widetilde{mp}_{t-1} - \widetilde{w}_t) + (1 + \beta) \varepsilon_{t-1}^w. \end{aligned} \quad (78)$$

A munkakeresletet a (34) egyenlet log-linearizálásval kapjuk meg,

$$\widetilde{l}_t = \frac{1}{1-\alpha} \widetilde{c}_t - \frac{\alpha}{1-\alpha} \widetilde{k}_{t-1}. \quad (79)$$

A modell termelési függvényeiben a felhasznált munkaórák szerepelnek, nem a foglalkoztatás. A foglalkoztatás változását Smets és Wouters (2003) tanulmányához hasonlóan egy kiegészítő egyenlet írja le, ahol a foglalkoztatás változása fokozatosan követi a munkaórák változását:

$$e \widetilde{mp}_t = g^{emp} \widetilde{l}_t + (1 - g^{emp}) e \widetilde{mp}_{t-1}. \quad (80)$$

A kompozit input iránti keresletet a (27) és (30) egyenletek log-linearizálása és kombinálása adja:

$$\widetilde{c}_t = \varrho \left\{ \frac{a^1 c^1 + a^x c^x}{c^i} [q_t^1 + (1 - \chi^c) \widetilde{P}_t^{21} - \widetilde{mc}_t^{ci}] \right\} + \frac{c^1 \widetilde{y}_t^1 + c^x \widetilde{x}_t^x}{(1 + f) c^i} - \varepsilon_t^A, \quad (81)$$

ahol a fixköltség nagyságára feltettük, hogy $F^1 = fy^1$ és $F^x = fx$. Az 1. szektor és az export szektor import jószágok iránti keresletét ($\widetilde{m}_t$) a (26) és a (29) egyenletek loglinearizálásával kapjuk:

$$\begin{aligned}\widetilde{m}_t &= \varrho \left\{ \left(1 - \frac{a^1 m^1 + a^x m^x}{m} \right) \left[\widetilde{m}_t^{ci} - q_t^1 + (1 - \chi^c) \widetilde{P}_t^{21} \right] \right\} \\ &+ \frac{m^1 \widetilde{y}_t^1 + m^x \widetilde{x}_t}{(1 + f)m} - \varepsilon_t^A,\end{aligned}\quad (82)$$

A 2. szektor technológiájára tett feltevések miatt a szektor import kereslete nem függ a relatív áraktól, csak a szektor termelésének a nagyságától:

$$\widetilde{o}_t^2 = \frac{\widetilde{y}_t^2}{(1 + f)}, \quad (83)$$

$$\widetilde{a}_t = \frac{\widetilde{y}_t^2}{(1 + f)}, \quad (84)$$

$$\widetilde{m}_t^2 = \frac{\widetilde{y}_t^2}{(1 + f)}, \quad (85)$$

ahol $\widetilde{o}_t^2$, $\widetilde{a}_t$ és $\widetilde{m}_t^2$ jelöli a 2. szektor importált energia, agrártermék és általános importjóság keresletét.

REÁL GDP

Az A.4 szakaszban megmutatjuk, hogy az y_t^1 , y_t^2 , az export és az import kombinálásával a reál GDP-t a következő log-linearizált egyenlet fejezi ki,

$$p^{gdp} gdp \widetilde{dp}_t = y^1 \widetilde{y}_t^1 + y^2 \widetilde{y}_t^2 + x \widetilde{x}_t - p^{m*} (m \widetilde{m}_t + m^2 \widetilde{m}_t^2 + o^2 \widetilde{o}_t^2 + a \widetilde{a}_t). \quad (86)$$

PÉNZÜGYI AKCELERÁTOR

A 2.3. szakaszban ismertetett pénzügyi akcelerátor mechanizmust a vállalkozók által fizetett külső finanszírozási prémium alakulását és a vállalkozói vagyon evolúcióját leíró egyenletek reprezentálják. A tőke hozama és reálkamatláb közti különbség definiálja a finanszírozási prémiumot, ahogy azt a (36) egyenlet log-linearizált változata mutatja,

$$E_t [\widetilde{r}_{t+1}^k] = \widetilde{\tau}_t + \widetilde{r}_t, \quad (87)$$

ahol $\widetilde{r}_t^k = (R_t^k - R^k)/R^k$. A prémium alakulását a következő egyenlet írja le, amely a (35) egyenlet log-linearizált változata,

$$\widetilde{\tau}_t = -\kappa (\widetilde{a}_t - \widetilde{k}_t - \widetilde{Q}_t) + \varepsilon_t^s. \quad (88)$$

A vállalkozók nettó vagyonának az alakulását a (39) egyenlet írja le. Ha feltesszük, hogy $\mathcal{M}_t$ és $\bar{a}^e$ relatíve kicsi, akkor az egyenlet log-linearizálása a következő összefüggést adja,

$$\begin{aligned}\widetilde{a}_t^e &= \theta^e \frac{k}{a^e} (1 + r) (\widetilde{s}_t^k - \widetilde{r}_{t-1}) + \theta^e \frac{k}{a^e} (1 + r) (s - 1) (\widetilde{q}_{t-1} + \widetilde{k}_{t-1}) \\ &+ \theta^e (1 + r) (\widetilde{r}_{t-1} + \widetilde{a}_{t-1}^e).\end{aligned}\quad (89)$$

MONETÁRIS POLITIKAI SZABÁLY

A 2.4 szakaszban prezentált (40) monetáris politikai szabály kifejezhető a következőképpen,

$$\widetilde{\iota}_t = \widetilde{r}_{t-1} + \frac{1 - r}{4} (r^\pi E_t [\pi_{t+1} + \pi_{t+2} + \pi_{t+3} + \pi_{t+4}] + r^{gdp} \widetilde{gdp}_t) + \varepsilon_t^i, \quad (90)$$

ahol $\widetilde{\iota}_t = i_t - i$.

NOMINÁLIS ÁRFOLYAM

A 2.4 szakaszban bemutatott (41) egyenlet implikálja, hogy

$$d\tilde{e}_t = - \sum_{i=1}^{T^e} \tilde{\eta}^i E_t [di_{t+i-1}] + \varepsilon_t^{de}, \quad (91)$$

mivel $de_t = (e_t - e) - (e_{t-1} - e) = \tilde{e}_t - \tilde{e}_{t-1} = d\tilde{e}_t$, továbbá $di_t = i_t - i_t^* - prem_t = \tilde{i}_t - \tilde{i}_t^* - \widehat{prem}_t$, mivel $i = i^* + prem$.

RELATÍV ÁRAK, REÁLÁRFOLYAM MUTATÓK

A modell egyenleteinek felírása visszavezethető az alábbi relatív árakra,

$$\tilde{p}_t^{21} - \tilde{p}_{t-1}^{21} = \pi_t^2 - \pi_t^1, \quad (92)$$

$$\tilde{p}_t^{uo} - \tilde{p}_{t-1}^{uo} = \pi_t^{u*} - \pi_t^{o*}. \quad (93)$$

$$\tilde{p}_t^{1x} - \tilde{p}_{t-1}^{1x} = \pi_t^1 - \pi_t^x. \quad (94)$$

Az első relatív ár az 1. és a 2. szektor árainak az aránya, a második relatív ár az általános import jószág és az importált energia külföldi valutában mért árának a hányadosa. A harmadik pedig az 1. szektor és az export szektor termékeinek a relatív ára.

A reálárfolyam mutatók különböző nemzetközi relatív árakat reprezentálnak. Ezeket bővebben a *Függelék A.4. szakaszában* tárgyaljuk. Az alábbi reálárfolyam mutatók közül az első az 1. szektor termékeinek és az általános importjóság relatív ára. A második az export szektor és a külföldi árszínvonal relatív ára.

$$\tilde{q}_t^1 - \tilde{q}_{t-1}^1 = d\tilde{e}_t + b^1 \pi_t^{u*} + (1 - b^1) \pi_t^{o*} - \pi_t^1, \quad (95)$$

$$\tilde{q}_t^x = \tilde{q}_t^1 + \tilde{p}_t^{1x} + (b^* - b^1) \tilde{p}_t^{uo}. \quad (96)$$

KAMATOK, KAMATMARZSOK, REÁLKAMATOK

A modellben feltételezzük, hogy a bankok betéti kamatai ragadósak, tehát nem követik azonnal a pénzpiaci kamatok változásait. A lakossági betéti kamatok alakulását a következő Calvo típusú egyenlet írja le,

$$\tilde{i}_t^h - \tilde{i}_{t-1}^h = \beta E_t [\tilde{i}_{t+1}^h - \tilde{i}_t^h] + \frac{(1 - \xi^i)(1 - \beta \xi^i)}{\xi^i} (\tilde{i}_{t-2}^h - \tilde{i}_{t-1}^h). \quad (97)$$

A háztartásokról feltesszük, hogy korlátozottan racionálisak, az inflációs várakozásaik adaptívak:

$$\pi_t^{ce} = g^\pi \pi_t^c + (1 - g^\pi) \pi_{t-1}^{ce}, \quad (98)$$

ahol π_t^{ce} a háztartások következő időszakra vonatkozó inflációs várakozása, $0 < g^\pi < 1$. Ez alapján a háztartások által érzékelt reálkamat:

$$\tilde{r}_t^h = \tilde{i}_t^h - \pi_t^{ce}. \quad (99)$$

Ugyanakkor a háztartások által érzékelt ex ante reálkamat nem azonos, az ex post realizált reálkammattal.

$$\tilde{r}_t^{hlag} = \tilde{i}_{t-1}^h - \pi_t^c. \quad (100)$$

A vállalatok esetében viszont feltételezzük, hogy a modell konzisztens várakozásokon alapuló Fisher-egyenlet írja le a nominális és a reálkamatláb közötti összefüggést.

$$\tilde{r}_t = \tilde{i}_t - E_t [\pi_{t+1}]. \quad (101)$$

JÖVEDELMEK, PROFITOK

A háztartások reáljövedelmét három tényező határozza meg: a munkajövedelem, az osztalékok, és a kormányzati kiadásokat finanszírozó adók. λ^{w1} , illetve λ^{pro1} jelöli, hogy az 1. típusú háztartás mekkora arányban részesül a munkajövedelemből, illetve az osztalékokból, λ^{dom} , hogy a profitok mekkora része kerül belföldi háztartásokhoz, a $\tilde{g}_t - (\chi^g - \chi^c) \tilde{P}_t^{21}$ kifejezés az adók hatását reprezentálja, erről lásd bővebben a *Függelék A.4. szakaszát*.

$$\begin{aligned} D^1 \tilde{D}_t^1 &= \lambda^{dom} \lambda^{pro1} \text{div} \tilde{div}_t \\ &+ \lambda^{w1} [wE(\tilde{E}_t + \tilde{w}_t) - \lambda^g g(\tilde{g}_t - (\chi^g - \chi^c) \tilde{P}_t^{21})]. \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} D^2 \tilde{D}_t^2 &= \lambda^{dom} (1 - \lambda^{pro1}) \text{div} \tilde{div}_t \\ &+ (1 - \lambda^{w1}) [wE(\tilde{E}_t + \tilde{w}_t) - \lambda^g g(\tilde{g}_t - (\chi^g - \chi^c) \tilde{P}_t^{21})]. \end{aligned} \quad (103)$$

A modellben feltételezzük, hogy a háztartások korlátozottan racionálisak, ezért a valódi reáljövedelmük változását csak késleltetetten követi az érzékelt reáljövedelmük alakulása,

$$\tilde{d}_t^1 = g^d \tilde{D}_t^1 + (1 - g^d) \tilde{d}_{t-1}^1, \quad (104)$$

$$\tilde{d}_t^2 = g^d \tilde{D}_t^2 + (1 - g^d) \tilde{d}_{t-1}^2, \quad (105)$$

ahol $0 < g^d < 1$.

A modellben feltesszük, hogy a háztartások csak az 1. és az export szektor profitjából részesednek, a *Függelék A.4. szakaszában* részletesen levezetjük az 1. szektor reálprofitját leíró log-linearizált egyenletet:

$$\begin{aligned} \text{prop} \tilde{r} \tilde{o}_t &= y^{1c} \tilde{y}_t^{1c} + y^{1l} \tilde{y}_t^{1l} + y^{1g} \tilde{y}_t^{1g} - wI(\tilde{w}_t + e \tilde{m} p_t) \\ &+ x(\tilde{x}_t - \tilde{P}_t^{1x}) - p^{m*} m(\tilde{q}_t^1 + \tilde{m}_t) \\ &- (y^{1c} + y^{1l} + y^{1g} + x - p^{m*} m)(1 - \chi^c) \tilde{P}_t^{21}. \end{aligned} \quad (106)$$

Az osztalék kifizetés simítja a profit ingadozásait:

$$\tilde{div}_t = g^{div} \text{prop} \tilde{r} \tilde{o}_t + (1 - g^{div}) \tilde{div}_{t-1}, \quad (107)$$

ahol $0 < g^{div} < 1$.

KÜLFÖLD

A (60) exportkeresleti egyenlet mellett, a következő négy log-linearizált egyenlet írja le a külföld viselkedését. A külföldi CPI infláció a külföldi általános jószág és az energia inflációjának súlyozott átlaga.

$$\pi_t^* = b^* \pi_t^{u*} + (1 - b^*) (\tilde{P}_t^{o*} - \tilde{P}_{t-1}^{o*}). \quad (108)$$

A külföldi általános jószág inflációját egy Phillips-görbe írja le, ami az infláció és a kibocsátási rés között teremt kapcsolatot:

$$\pi_t^{u*} = \phi^1 E_t [\pi_{t+1}^{u*}] + (1 - \phi^1) \pi_{t-1}^{u*} + \phi^2 \tilde{y}_t^*. \quad (109)$$

A külföldi kibocsátási rést egy Euler-egyenlet jellegű összefüggés határozza meg:

$$\tilde{y}_t^* = \phi^3 E_t [\tilde{y}_{t+1}^*] + (1 - \phi^3) \tilde{y}_{t-1}^* + \phi^4 E_t [\tilde{l}_t^* - \pi_{t+1}^*] + \varepsilon_t^y. \quad (110)$$

A külföldi rövid nominális kamatot is egy a belföldihez hasonló monetáris politikai szabály határozza meg:

$$\tilde{l}_t^* = \phi^5 \tilde{l}_{t-1}^* + \frac{1 - \phi^5}{4} (\phi^6 E_t [\pi_{t+1}^* + \pi_{t+2}^* + \pi_{t+3}^* + \pi_{t+4}^*] + \phi^7 \tilde{y}_t^*). \quad (111)$$

A.2 AZ ÓVATOSSÁGI MOTÍVUM HATÁSA A FOGYASZTÓI VISELKEDÉSRE

Ebben a szakaszban az óvatossági motívum 2.1.1 szakaszban található tárgyalását egészítjük ki. Megmutatjuk, hogy az óvatossági motívum mellett is lehetséges eladósodás, továbbá összehasonlítjuk az óvatossági motívumon alapuló és az egzogén adóssághatárkorlátozott modellt.

Az óvatossági motívum főszövegben tárgyalt modelljének az a hátránya, hogy a háztartások semmiképpen nem hajlandóak eladósodni, ami ellentmond a tapasztalatoknak. A modell kis módosítása azonban lehetővé teszi, hogy az optimális megoldás megengedje az eladósodást: tegyük fel, hogy a 2. világhelyzetben a jövedelem nem zero, hanem $0 < u_2 < y_2$ (munkanélküli segély). Ekkor az Euler-egyenlet a következő formát ölti,

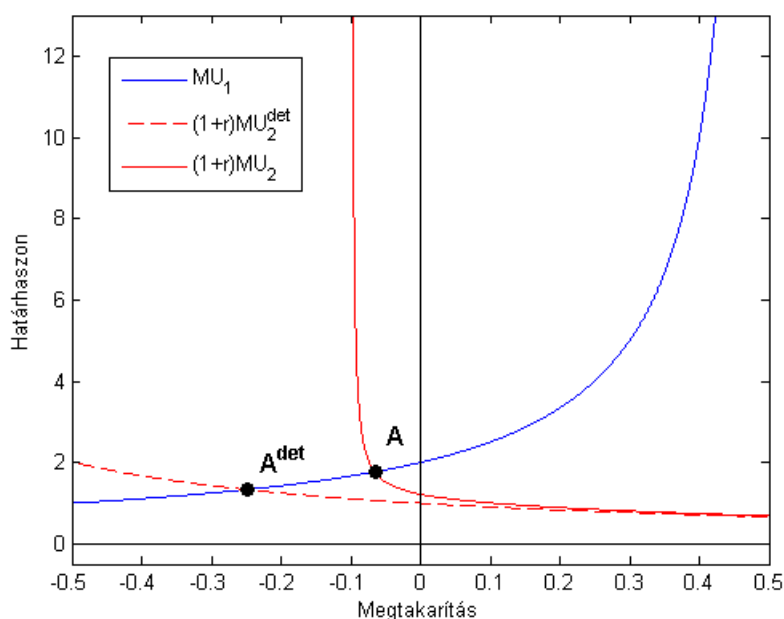
$$\frac{1}{n - s_1} = (1 - \pi) \frac{(1 + r)\beta}{y_2 + (1 + r)s_1} + \pi \frac{(1 + r)\beta}{u_2 + (1 + r)s_1},$$

ami kifejezhető a következőképpen,

$$\frac{1}{n - s_1} = \frac{(1 + r)\beta}{y_2 + (1 + r)s_1} + \pi \frac{(1 + r)\beta(y_2 - u_2)}{[u_2 + (1 + r)s_1][y_2 + (1 + r)s_1]}. \quad (112)$$

19. ábra

Óvatossági motívum, pozitív munkanélküli segély ($u_2 > 0$)

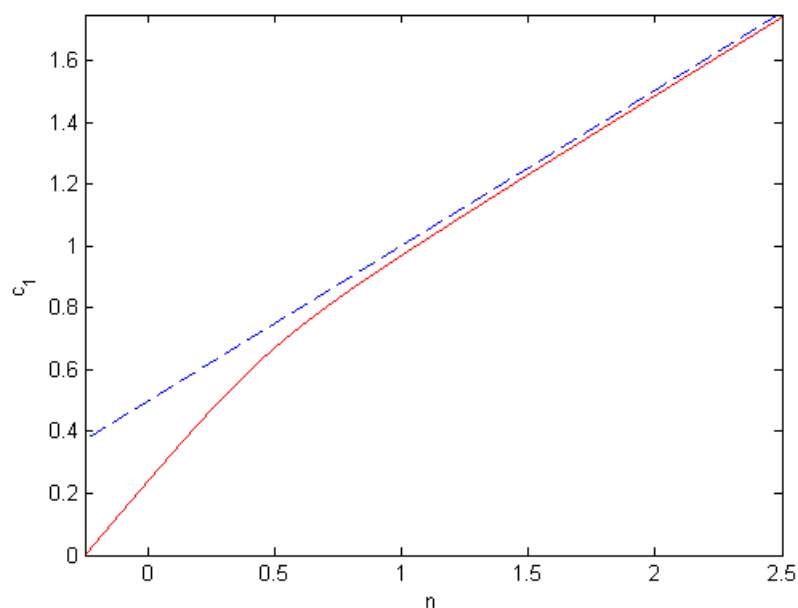


Az óvatossági motívumot a (112) egyenlet jobb oldalának második tagja fejezi ki, lásd 19. ábrát. Az optimális megoldás (A) most is eltér a determinisztikus esettől (A^{det}), de ha n kellően alacsony, akkor óvatossági motívum mellett is lehetséges eladósodás, habár annak mértéke kisebb, mint a determinisztikus modellben.

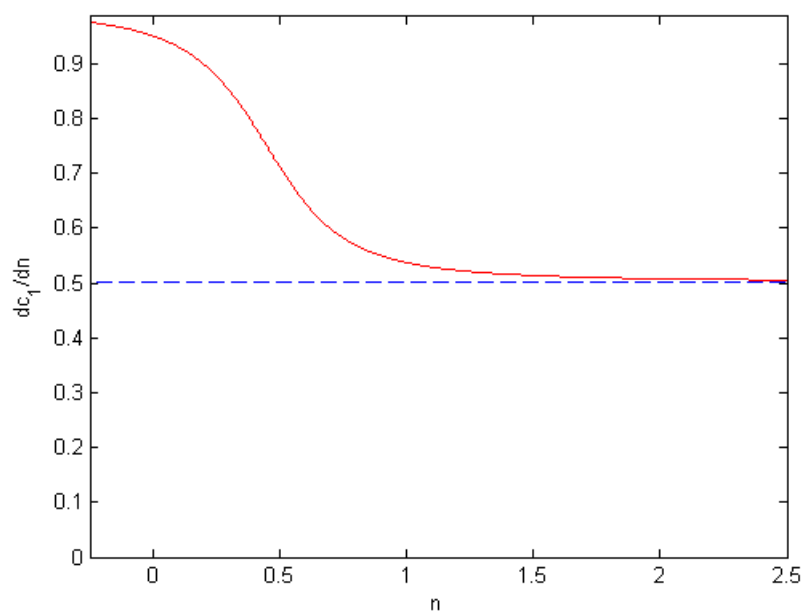
A fogyasztási függvény továbbra is konkáv marad, de a kezdőpontja a negatív tartományba tolódik, lásd a 20. és 21. ábrákat.

A (112) egyenlet segítségével az is belátható, hogy ha u_2 nagyon közel van y_2 -höz, akkor az óvatossági motívum hatása elhanyagolható. Ez megmagyarázza azt, hogy pusztán makroökonómia sokkok nem elégségesek szignifikáns nagyságú óvatossági motívum indukálására. Makroökonómiai sokkok esetén a két világhelyzetben a jövedelmek eltérése relatíve kicsi. Azonban egyedi sokkok esetén (például munkanélküli segély) olyan mértékű lehet a jövedelem ingadozása, ami mellett már jelentős mértékben módosul a fogyasztási/megtakarítási döntés az óvatossági motívum hatására.

20. ábra

Fogyasztási függvény, pozitív munkanélküliségi segély ($u_2 > 0$)

21. ábra

Fogyasztási határhajlandóság, pozitív munkanélküliségi segély ($u_2 > 0$)

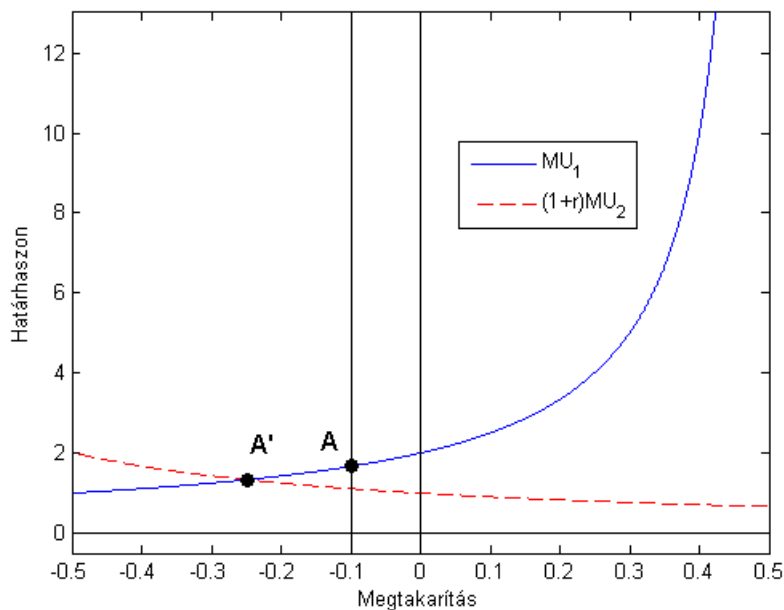
Hasonlítsuk össze az óvatossági motívumon alapuló modellt egy olyan modellel, ahol nincs bizonytalanság, de a hitelezők egzogén adóssághorlátja befolyásolja a fogyasztó döntését. Az optimum feladat:

$$\begin{aligned} & \max_{c_1, c_2, s_1} \log(c_1) + \beta \log(c_2), \\ & c_1 + s_1 = n, \\ & c_2 = y_2 + (1+r)s_1, \\ & -s_1 \leq d, \end{aligned}$$

ahol $d \geq 0$ az egzogén adósságkorlát, ennél jobban nem adósodhat el a fogyasztó az 1. periódusban. Ha $d = 0$, akkor nem adósodhat el a fogyasztó, csak megtakaríthat. Ha $d > 0$, akkor valamilyen mértékű adósság megengedett. A 22. ábra egy olyan helyzetet mutat, amikor az adósságkorlát effektív. Az ábrán $d = 0.1$, az adósságkorlátot egy függőleges egyenes ábrázolja. A fogyasztó az 1. periódusban többet fogyasztana és jobban eladósodna (A' pont), mint amit az egzogén korlát enged (A pont). A modell megoldása hasonló, ahhoz amikor óvatossági motívum mellett a kedvezőtlen világállapotban a fogyasztónak pozitív jövedelme van.

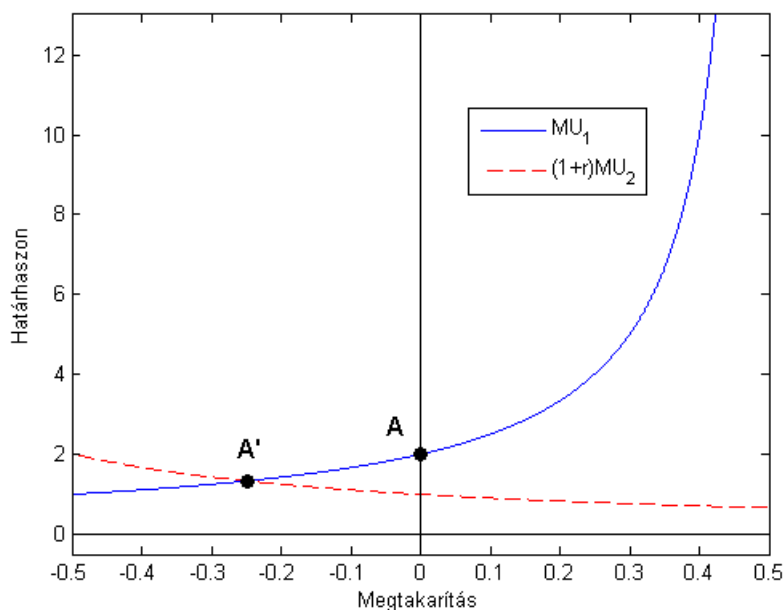
22. ábra

Pozitív adósságkorlát



23. ábra

Zéró adósságkorlát



A 23. ábra egy még szigorúbb korlát hatását mutatja, ahol $d = 0$, ekkor egyáltalán nem lehet eladósodni. A modell megoldása hasonló ahhoz, amikor óvatossági motívum mellett a kedvezőtlen világgállapotban a fogyasztónak nincs jövedelme.

Ha a fogyasztó adósságkorlátos, akkor a fogyasztását nem az Euler-egyenlet határozza meg, hanem a költségvetési korlátok:

$$c_1 = n + d, \quad c_2 = y_2 - (1 + r)d.$$

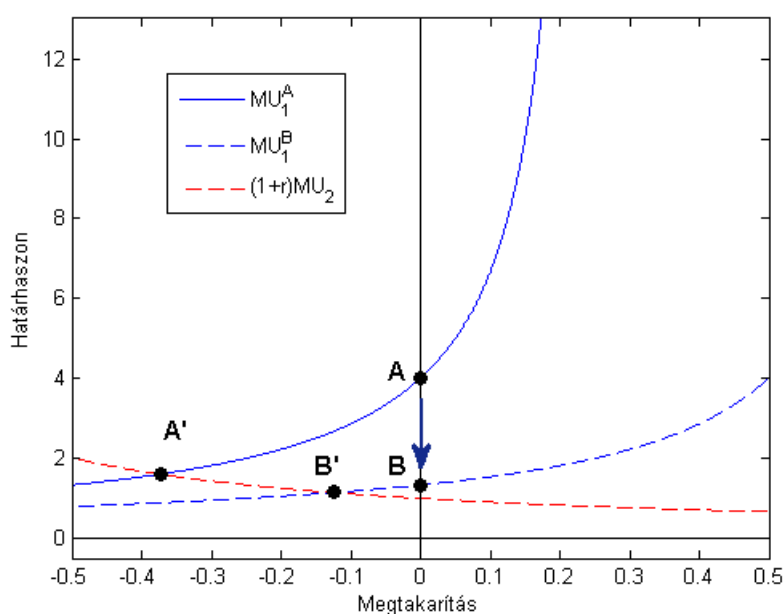
Adósságkorlát nélkül a fogyasztási határhajlandóság nem függ n szintjétől és 1-nél kisebb. Emlékeztetőül, $mpc = 1/(1 + \beta) < 1$.

Vizsgáljuk meg mennyi az mpc , ha a fogyasztó adósságkorlátos. A 24. ábra az optimális megtakarítási döntést hasonlítja össze n két szintje mellett, $n^A < n^B$, de feltesszük, hogy n^A és n^B különbsége kicsi. Ilyenkor az optimális megoldás A pontból B-be mozdul, az adóssága mindkét esetben d , ebből adódik, hogy $c_1^A = n^A + d$ és $c_1^B = n^B + d$. Azaz

$$mpc = \frac{c_1^B - c_1^A}{n^A - n^B} = 1.$$

24. ábra

Nagy fogyasztási határhajlandóság ($mpc = 1$)



Létezik azonban n -nek egy olyan küszöbértéke, hogy annál nagyobb értékek esetén már nem adósságkorlátos a fogyasztó. A 25. ábrán a C pont reprezentálja azt az n^C értéket, ahol az adósság éppen d , de ez már a fogyasztó saját döntése miatt. Itt már a határhajlandók megegyeznek, a fogyasztási/megtakarítási döntést az Euler egyenlet határozza meg. Az $\bar{n}$ küszöbértéke a (2) egyenlet felhasználásával számolható ki:

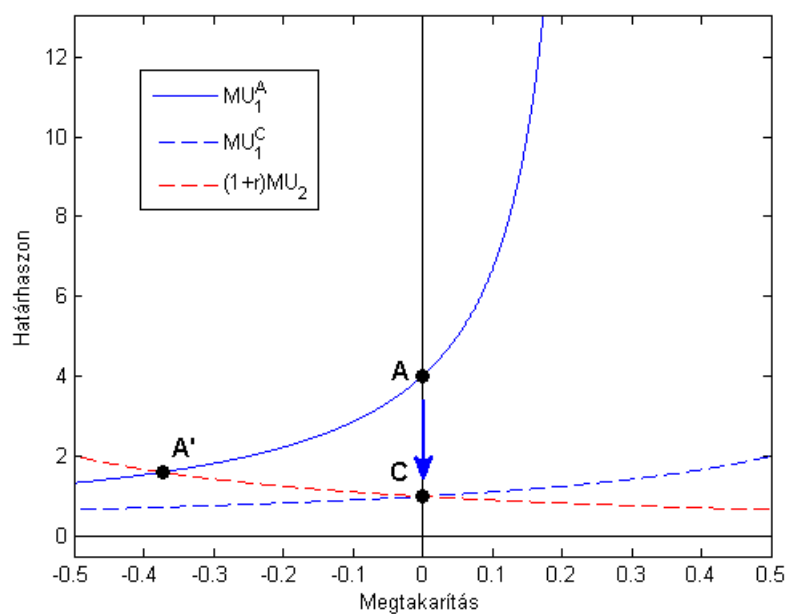
$$-d = s_1 = \frac{\beta(1+r)\bar{n} - y_2}{(1+\beta)(1+r)}.$$

Tehát,

$$\bar{n} = \frac{y_2 - (1+\beta)(1+r)d}{\beta(1+r)}.$$

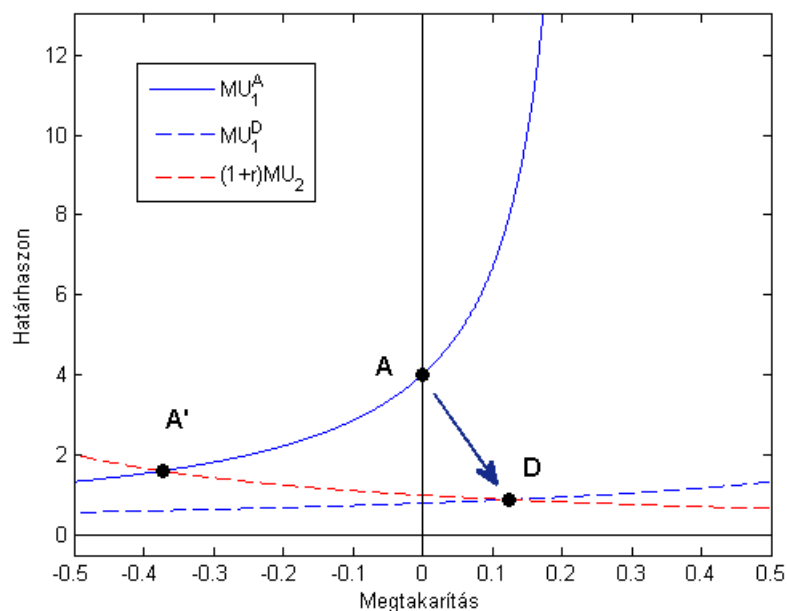
$$mpc = \frac{\partial c_1}{\partial n} = \frac{1}{1+\beta} < 1$$

25. ábra

A jövedelem és/vagy a vagyon (n) küszöbértéke

Ha $n^D > n^C$ (lásd a 26. ábrát), akkor a fogyasztó nem adósságkorlátos többé. Fogyasztási döntése visszavezethető az adósságkorlát nélküli feladatra:

26. ábra

Kis fogyasztási határhajlandóság ($mpc = 1/(1 + \beta)$)

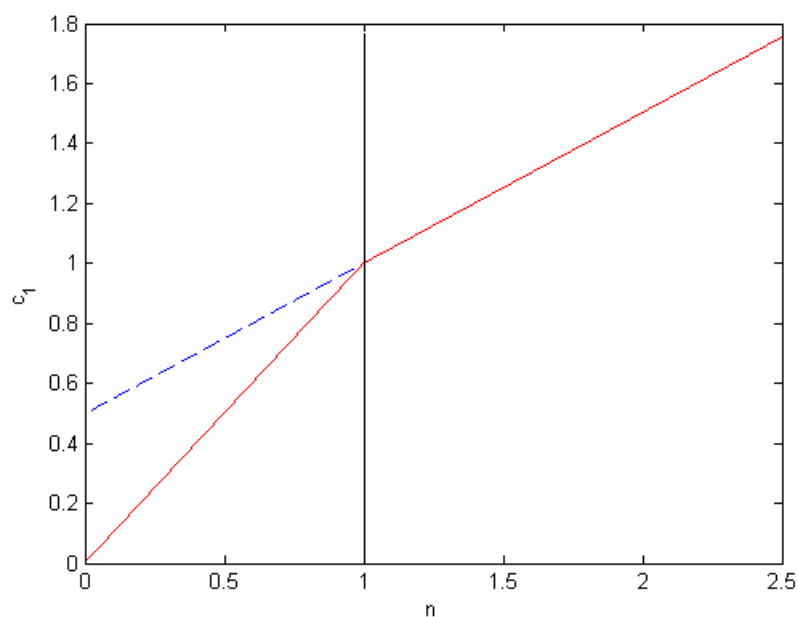
Mindezek alapján az 1. periódusbeli fogyasztás a következő függvénnyel reprezentálható,

$$c_1 = \begin{cases} n + d, & \text{ha } -d \leq n < \bar{n}, \\ \frac{n + \frac{y_2}{1+r}}{1+\beta}, & \text{ha } \bar{n} \leq n. \end{cases}$$

A 27. ábrán jól látható, hogy ez egy konkáv függvény, hasonlóan az óvatossági motívumon alapuló modellhez.

27. ábra

Fogyasztási függvény



A.3 A MÓDOSÍTOTT FEDEZETLEN KAMATPARITÁS

Ebben a szakaszban a fedezett és a fedezetlen kamatparitás következményeit hasonlítjuk össze röviden. A fedezetlen kamatparitást (*uncovered interest rate parity*, UIP) a következő egyenlet definiálja,

$$e_t = E_t [e_{t+1}] - di_t,$$

ahol $e_t = \log(E_t)$ és $di_t = i_t - i_t^* - pr_t$. Racionális várakozásokat feltételezve, rekurzív behelyettesítéssel:

$$\begin{aligned} e_t &= E_t [e_{t+2}] - di_t - E_t [di_{t+1}]. \\ e_t &= E_t [e_{t+3}] - di_t - E_t [di_{t+1}] - E_t [di_{t+2}]. \\ e_t &= E_t [e_{t+4}] - di_t - E_t [di_{t+1}] - E_t [di_{t+2}] - E_t [di_{t+3}]. \\ &\vdots \\ e_t &= E_t [e_{t+T+1}] - \sum_{i=0}^T E_t [di_{t+i}]. \end{aligned}$$

Folytassuk az iterációt $T = \infty$ -ig. Tegyük fel, hogy $\lim_{T \rightarrow \infty} E_t [e_T] = e$. Ekkor a UIP összefüggés azt implikálja, hogy

$$e_t - e = - \sum_{i=0}^{\infty} E_t [di_{t+i}].$$

A módosított fedezetlen kamatparitást (*modified uncovered interest rate parity*, MUIP) a következő egyenlet fejezi ki,

$$e_t = \eta (E_t [e_{t+1}] - di_t) + (1 - \eta)e_{t-1},$$

ahol $0 < \eta < 1$. Ez átrendezve:

$$de_t = \tilde{\eta} (E_t [de_{t+1}] - di_t),$$

ahol $\tilde{\eta} = \eta / (1 - \eta)$ és $de_t = e_t - e_{t-1}$. Racionális várakozásokat feltételezve, rekurzív behelyettesítéssel:

$$\begin{aligned} de_t &= \tilde{\eta}^2 E_t [de_{t+2}] - \tilde{\eta} di_t - \tilde{\eta}^2 E_t [di_{t+1}]. \\ de_t &= \tilde{\eta}^3 E_t [de_{t+3}] - \tilde{\eta} di_t - \tilde{\eta}^2 E_t [di_{t+1}] - \tilde{\eta}^3 E_t [di_{t+2}]. \\ de_t &= \tilde{\eta}^4 E_t [de_{t+4}] - \tilde{\eta} di_t - \tilde{\eta}^2 E_t [di_{t+1}] - \tilde{\eta}^3 E_t [di_{t+2}] - \tilde{\eta}^4 E_t [di_{t+3}]. \\ &\vdots \\ de_t &= \tilde{\eta}^{T+1} E_t [de_{t+T+1}] - \sum_{i=0}^T \tilde{\eta}^{i+1} E_t [di_{t+i}]. \end{aligned}$$

Folytassuk a rekurziót $T = \infty$ -ig. Legyen $\lim_{T \rightarrow \infty} E_t [e_T] = e$. Ebből adódóan $\lim_{T \rightarrow \infty} E_t [de_T] = 0$. Tehát az MUIP azt implikálja, hogy

$$de_t = - \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{\eta}^{i+1} E_t [di_{t+i}].$$

A.4 RELATÍV ÁRAK, ÁRINDEXEK ÉS REÁLÁRFOLYAM MUTATÓK

A modell log-linearizált változatának felírásánál (lásd a *Függelék A.1. szakaszát*) több változót visszavezettünk néhány relatív ár, illetve reálárfolyam változóra. Ebben a szakaszban ezeket az összefüggéseket vezetjük le.

Emlékeztetőül, a következő (log-linearizált) relatív árakat használjuk, lásd a (92), (93) és (94) egyenleteket.

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^{21} &= \tilde{p}_t^2 - \tilde{p}_t^1, \\ \tilde{p}_t^{uo} &= \tilde{p}_t^{u*} - \tilde{p}_t^{o*}, \\ \tilde{p}_t^{1x} &= \tilde{p}_t^1 - \tilde{p}_t^x. \end{aligned}$$

A $\tilde{q}_t^1$ log-linearizált reálárfolyam mutató az importárindexnek és a maginflációs szektor árindexének a hányadosa, ez a következőképpen fejezhető ki,

$$\tilde{q}_t^1 = \tilde{e}_t + \tilde{p}_t^{m*} - \tilde{p}_t^1 = \tilde{e}_t + b^1 \tilde{p}_t^{u*} + (1 - b^1) \tilde{p}_t^{o*} - \tilde{p}_t^1.$$

A $\tilde{q}_t^x$ log-linearizált reálárfolyam mutató pedig a külföldi árindex és a belföldi export árindex hányadosa:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_t^x &= \tilde{e}_t + \tilde{p}_t^* - \tilde{p}_t^x = (\tilde{p}_t^* - \tilde{p}_t^{m*}) + (e_t + \tilde{p}_t^{m*} - \tilde{p}_t^1) + (\tilde{p}_t^1 - \tilde{p}_t^x) \\ &= (b^* - b^1) \tilde{p}_t^{uo} + \tilde{q}_t^1 + \tilde{p}_t^{1x}, \end{aligned}$$

ugyanis felhasználva a (32) és (108) egyenleteket,

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^* - \tilde{p}_t^{m*} &= b^* \tilde{p}_t^{u*} + (1 - b^*) \tilde{p}_t^{o*} - b^1 \tilde{p}_t^{u*} - (1 - b^1) \tilde{p}_t^{o*} \\ &= (b^* - b^1) (\tilde{p}_t^{u*} - \tilde{p}_t^{o*}) = (b^* - b^1) \tilde{p}_t^{uo}. \end{aligned}$$

A fogyasztói árindex és az 1. szektor árindexének a hányadosa kifejezhető a $\tilde{p}_t^{21}$ relatív ár segítségével:

$$\tilde{p}_t^c - \tilde{p}_t^1 = \chi^c \tilde{p}_t^1 + (1 - \chi^c) \tilde{p}_t^2 - \tilde{p}_t^1 = (1 - \chi^c) (\tilde{p}_t^2 - \tilde{p}_t^1) = (1 - \chi^c) \tilde{p}_t^{21}$$

Az 1. szektor árazási viselkedését kifejező (69) Phillips-görbe egyenletben szereplő reálhatárkötség az eddigieket felhasználva a következőképpen írható fel,

$$\begin{aligned} \tilde{m}c_t^1 &= \tilde{m}C_t^1 - \tilde{p}_t^1 = a^1 (\tilde{e}_t + \tilde{p}_t^{m*}) + (1 - a^1) \tilde{m}C_t^{ci} - \tilde{p}_t^1 \\ &= a^1 (\tilde{e}_t + \tilde{p}_t^{m*} - \tilde{p}_t^1) + (1 - a^1) (\tilde{m}C_t^{ci} - \tilde{p}_t^c) + (1 - a^1) (\tilde{p}_t^c - \tilde{p}_t^1) \\ &= a^1 \tilde{q}_t^1 + (1 - a^1) \tilde{m}c_t^{ci} + (1 - a^1) (1 - \chi^c) \tilde{p}_t^{21}. \end{aligned}$$

Az export szektor árazását leíró (71) egyenletben szereplő reálhatárkötség az eddigieket felhasználva pedig a következőképpen fejezhető ki,

$$\begin{aligned} \tilde{m}c_t^x &= \tilde{m}C_t^x - \tilde{p}_t^x = a^x (\tilde{e}_t + \tilde{p}_t^{m*}) + (1 - a^x) \tilde{m}C_t^{ci} - \tilde{p}_t^x \\ &= a^x (\tilde{e}_t + \tilde{p}_t^{m*} - \tilde{p}_t^1) + (1 - a^x) (\tilde{m}C_t^{ci} - \tilde{p}_t^1) + \tilde{p}_t^1 - \tilde{p}_t^x \\ &= a^x \tilde{q}_t^1 + (1 - a^x) (\tilde{m}C_t^{ci} - \tilde{p}_t^1) + \tilde{p}_t^{1x} \\ &= a^x \tilde{q}_t^1 + (1 - a^x) (\tilde{m}c_t^{ci} + \tilde{p}_t^c - \tilde{p}_t^1) + \tilde{p}_t^{1x} \\ &= a^x \tilde{q}_t^1 + (1 - a^x) \tilde{m}c_t^{ci} + (1 - a^x) (1 - \chi^c) \tilde{p}_t^{21} + \tilde{p}_t^{1x}. \end{aligned}$$

A háztartások reáljövedelmét leíró (102) és (103) egyenletekben szerepel $\tilde{g}_t - (\chi^g - \chi^c) \tilde{p}_t^{21}$ formula, ami a kormányzati kiadás fogyasztói árindexszel kalkulált reálértékével megegyező nagyságú egyösszegű adót fejezi ki. Az alábbiakban ezt magyarázzuk el részletesebben. A log-linearizált nominális kormányzati fogyasztás $\tilde{G}_t$. Ez a következőképpen írható fel a reál kormányzati fogyasztás és a kormányzati termékek árindexe segítségével $\tilde{G}_t = \tilde{g}_t + \tilde{p}_t^g$. Emlékeztetül, $\tilde{p}_t^g = \chi^g \tilde{p}_t^1 + (1 - \chi^g) \tilde{p}_t^2$ és $\tilde{p}_t^c = \chi^c \tilde{p}_t^1 + (1 - \chi^c) \tilde{p}_t^2$. Ezeket felhasználva,

$$\begin{aligned} \tilde{G}_t - \tilde{p}_t^c &= \tilde{g}_t + \tilde{p}_t^g - \tilde{p}_t^c = \tilde{g}_t + \chi^g \tilde{p}_t^1 + (1 - \chi^g) \tilde{p}_t^2 - \chi^c \tilde{p}_t^1 + (1 - \chi^c) \tilde{p}_t^2 \\ &= \tilde{g}_t + (\chi^g - \chi^c) (\tilde{p}_t^1 - \tilde{p}_t^2) = \tilde{g}_t - (\chi^g - \chi^c) \tilde{p}_t^{21}. \end{aligned}$$

Az 1. és az export szektor reálprofitját leíró (106) egyenletben is szerepel több relatív ár és árfolyam mutató. Ezekre szolgálunk magyarázattal a következőkben. Az 1. és az export szektor nominális profitja:

$$PRO_t = p_t^1 [y_t^{1c} + y_t^{1l} + y_t^{1g}] + p_t^x x_t - p_t^c w_t emp_t - e_t p_t^{m*} m_t.$$

Ebből a reálprofit:

$$pro_t = \frac{p_t^1}{p_t^c} \left[y_t^{1c} + y_t^{1l} + y_t^{1g} + \frac{p_t^x}{p_t^1} x_t - \frac{e_t p_t^{m*}}{p_t^1} m_t \right] - w_t emp_t.$$

Ez átalakítva:

$$pro_t = \frac{p_t^1}{p_t^c} \left[y_t^{1c} + y_t^{1l} + y_t^{1g} + \frac{x_t}{p_t^{1x}} - q_t^1 m_t \right] - w_t emp_t.$$

Figyelembe véve, hogy $p^1 = p^2 = p^c = p^x = 1$, $p^{x1} = 1$, $e = 1$, $q^1 = p^{m*}$ a log-linearizált változat a következő,

$$\begin{aligned} prop\tilde{ro}_t &= y^{1c}\tilde{y}_t^{1c} + y^{1l}\tilde{y}_t^{1l} + y^{1g}\tilde{y}_t^{1g} - w(\tilde{w}_t + e\tilde{m}p_t) \\ &+ x(\tilde{x}_t - \tilde{p}_t^{1x}) - p^{m*}m(\tilde{q}_t^1 + \tilde{m}_t) \\ &- (y^{1c} + y^{1l} + y^{1g} + x - p^{m*}m)(1 - \chi^c)\tilde{p}_t^{21}. \end{aligned}$$

A nominális GDP-t a modellben a következőképpen definiáljuk:

$$GDP_t = p_t^1 y_t^1 + p_t^2 y_t^2 + p_t^x x_t - p_t^m (m_t + m_t^2) + p_t^o o_t^2 + p_t^a a_t.$$

Ha létezik egy megfelelően definiált p_t^{gdp} GDP deflátor, akkor definiálhatjuk a reál GDP-t, amire igaz a következő kifejezés,

$$p_t^{gdp} gdp_t = p_t^1 y_t^1 + p_t^2 y_t^2 + p_t^x x_t - p_t^m (m_t + m_t^2) + p_t^o o_t^2 + p_t^a a_t.$$

Egy jól definiált deflátorra igaz, hogy a log-linearizált deflátor az egyes szektorok log-linearizált árainak a szektorok részesedésével súlyozott átlaga, azaz

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^{gdp} &= \frac{p^1 y^1}{p^{gdp} gdp} \tilde{p}_t^1 + \frac{p^2 y^2}{p^{gdp} gdp} \tilde{p}_t^2 + \frac{p^x x}{p^{gdp} gdp} \tilde{x}_t \\ &- \frac{p^m (m + m^2)}{p^{gdp} gdp} \tilde{p}_t^m - \frac{p^o o^2}{p^{gdp} gdp} \tilde{p}_t^o - \frac{p^a a}{p^{gdp} gdp} \tilde{p}_t^a. \end{aligned} \quad (113)$$

A reál GDP egyenlet log-linearizálva a következő formát ölti,

$$\begin{aligned} p^{gdp} gdp(\tilde{p}_t^{gdp} + \tilde{gdp}_t) &= p^1 y^1 (\tilde{p}_t^1 + \tilde{y}_t^1) + p^2 y^2 (\tilde{p}_t^2 + \tilde{y}_t^2) + p^x x (\tilde{p}_t^x + \tilde{x}_t) \\ &- p^m (m + m^2) \tilde{p}_t^m + p^m (m\tilde{m}_t + m^2\tilde{m}_t^2) \\ &- p^o o^2 (\tilde{p}_t^o + \tilde{o}_t) - p^a a (\tilde{p}_t^a + \tilde{a}_t). \end{aligned} \quad (114)$$

Ha kombináljuk a (113) és a (114) egyenleteket, és felhasználjuk, hogy $p^1 = p^2 = p^x = 1$ és $p^m = p^{m*}$, $p^o = p^{o*}$, $p^a = p^{a*}$ (mivel $e = 1$) és $p^{m*} = p^{o*} = p^{a*}$, akkor megkapjuk az A.1 szakasz (86) egyenletét.

MNB WORKING PAPERS 2016/4
AZ MNB MAKROGAZDASÁGI ELŐREJELZŐ MODELLJE

Nyomda: Prospektus–SPL konzorcium
8200 Veszprém, Tartu u. 6.

