



MAGYAR NEMZETI BANK

MNB

MNB-tanulmányok

39.

2005

GEREBEN ÁRON–PINTÉR KLÁRA

**Devizaopciókból számolt
implikált volatilitás:
érdemes-e vizsgálni?**

Gereben Áron–Pintér Klára*

**Devizaopciókból számolt
implikált volatilitás:
érdemes-e vizsgálni?**

2005. május

* Köszönjük Fülöp Andrásnak, Gyomai Györgynek, Kondrát Zsoltnak és Vonnák Balázsnak a segítséget és az anyag korábbi változatához fűzött megjegyzéseket. Az esetleges hibák, tévedések a szerzőket terhelik.

Az „MNB-tanulmányok” sorozatban megjelenő írások a szerzők nézeteit tartalmazzák,
és nem feltétlenül tükrözik a Magyar Nemzeti Bank vezető testületeinek, illetve
szakmailag illetékes munkatársainak álláspontját.

Írta: Gereben Áron, Pintér Klára

Kiadja a Magyar Nemzeti Bank
Felelős kiadó: Missura Gábor
1850 Budapest, Szabadság tér 8–9.

www.mnb.hu

ISSN XXXX-XXXX (on-line)



Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	7
2. Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés lehetőségei	9
2.1 Az implikált volatilitás és a piac szubjektív várakozása közötti kapcsolat	9
2.2 A normálistól eltérő eloszlás	12
2.3 Változó kamatláb	13
2.4 Változó volatilitás	14
2.5 A kockázatmentes eloszlás és a ténylegesen várt eloszlás különbsége	15
2.6 Piaci tökéletlenségek, befektetői preferenciák	16
2.7 Az árfolyamsáv hatása	17
2.8 Következtetések	20
3. Az implikált volatilitás információtartalma – az irodalom áttekintése	21
3.1 Részvénypiacok	21
3.2 Devizapiacok	23
3.3 Az implikált volatilitás, mint a nagy piaci turbulenciák indikátora	26
4. A forint/euro implikált volatilitás információtartalma – ökonometriai vizsgálat	28
4.1 Adatok	28
4.2 Módszertan	33
4.3 Eredmények	37

5. Végző következtetések	42
1. függelék	48
2. függelék	52

Összefoglalás

Mind a piaci elemzők, mind a jegybankok gyakran használják a devizaopciók implikált volatilitását, mint a jövőben várt árfolyam-bizonytalanság mutatóját. Tanulmányunk célja, hogy megállapítsuk, mennyiben tekinthető az implikált volatilitás a piac által várt, illetve a tényleges jövőbeni árfolyam-volatilitás indikátorának. Bemutatjuk azokat a tényezőket, melyek az implikált volatilitás számításakor használt Black-Scholes modell egyszerűsítő feltételezései miatt eltérést okozhatnak az implikált volatilitás és a piaci várakozások között. Ökonometriai elemzésünk eredményei alapján a forint/euro devizaopciókból számolt implikált volatilitás az egy hónapnál rövidebb lejáratokon számos információt hordoz a jövőbeni árfolyam-bizonytalansággal kapcsolatban. Önmagában azonban torzított becslést ad, és nem tartalmaz minden olyan információt, amit a volatilitás múltbeli árfolyamadatokból számítható egyéb (GARCH, ARMA) előrejelzői magukba foglalnak. Mindez egybecseng az irodalomban egyéb devizapárookra elvégzett hasonló vizsgálatok eredményeivel.

Kulcsszavak: opció, volatilitás, árfolyam

JEL: G13

1. Bevezetés

Az implikált volatilitás a Black-Scholes opcióárazó képlet segítségével számítható úgy, hogy megnézzük, mi az a volatilitásérték, amely mellett a Black-Scholes képlettel számolt opcióár megegyezik a piacon megfigyelt opcióárral. Az így számolt implikált volatilitást a pénzügyi-elemzői gyakorlat gyakran úgy tekinti, mint a piac által adott, a mögöttes termék árának várt bizonytalanságára vonatkozó legjobb becslést. A részvényindexekre, devizákra szóló opciókból számolt implikált volatilitás ilyen értelemben gyakran szerepel mind a piaci szereplők, mind pedig a jegybankok és a nemzetközi intézmények elemzéseiben. A Magyar Nemzeti Bank különböző rendszeres kiadványai is hivatkoznak alkalmanként a forint/euro devizaopciók implikált volatilitására.¹ Ezen tanulmány célja, hogy egyrészt megvizsgálja, érdemes-e figyelni ezt a mutatót, következtethetünk-e alakulásából a várakozásokra, illetve a jövőben várható árfolyambizonytalanságra, másrészt segítséget nyújtson abban, hogy mire kell odafigyelni, amikor az implikált volatilitást értelmezzük, illetve alakulása alapján következtetéseket vonunk le.

Két, egymással szorosan összefüggő témakört fogunk érinteni. Egyrészt megvizsgáljuk, hogy az implikált volatilitás számításához használt elméleti modell – a Black-Scholes modell – egyszerűsítő feltevései és a valós pénzügyi piacok közötti eltérések hogyan befolyásolják az implikált volatilitás értékét. Másrészt empirikus elemzést végzünk annak eldöntésére, hogy az implikált volatilitás hogyan teljesít a gyakorlatban, mint a jövőbeni árfolyambizonytalanság előrejelzője.

Tanulmányunk 2. fejezetében először bemutatjuk azokat a torzító tényezőket, melyek a Black-Scholes modell egyszerűsítő feltételezéseiből fakadnak, és amelyek miatt a Black-Scholes implikált volatilitás eltérhet a piaci szereplők által ténylegesen várt volatilitástól. A 3. fejezet áttekinti az implikált volatilitás előrejelző-képességére vonatkozó irodalmat, és bemutatja a korábbi tanulmányokból levonható következtetéseket. A 4. fejezetben a nemzetközi irodalomban alkalmazott módszerek és eredmények fé-

¹ Mind a Jelentés az infláció alakulásáról, mind pedig a Jelentés a pénzügyi stabilitásról használja időnként a forint/euro implikált volatilitást, mint indikátort (lásd például MNB [2004], MNB [2005]). A hazai devizaopciók piacot, és az implikált volatilitás különböző adatforrásait Csávás és Gereben (2005) mutatja be.

Magyar Nemzeti Bank

nyében ökonometriai vizsgálatot végzünk azzal a céllal, hogy képet kapjunk a forint/euro devizaopciókból számított implikált volatilitás előrejelző-képességéről és információtartalmáról. Az 5. fejezetben összefoglaljuk a kapott eredményeket, és következtetéseket vonunk le arra vonatkozóan, hogy hogyan érdemes használni, értelmezni az implikált volatilitást, mint a jövőben várt árfolyam-bizonytalanság mutatóját.

2. Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés lehetséges okai

Mint arról a bevezetőben is beszéltünk, mind a pénzügyi piac szereplői, mind pedig a jegybankok gyakran használják a Black-Scholes implikált volatilitást a piaci árak, árfolyamok jövőbeli bizonytalanságának mérőszámaként. Az implikált volatilitás megváltozását ezekben az elemzésekben legtöbbször úgy értelmezzük, hogy módosultak az árfolyam jövőbeni bizonytalanságára vonatkozó várakozások. Mindeközben gyakran megfélekedünk arról, hogy az implikált volatilitás – a mögötte meghúzódó Black-Scholes árazási modell egyszerűsítő feltevései miatt – gyakran torzított képet ad, és értékét az opció alaptermékének árára vonatkozó bizonytalanság mellett egyéb tényezők is befolyásolhatják.

Ha végiggondoljuk az implikált volatilitás és a piaci várakozások kapcsolatát, kiderül, hogy az implikált volatilitás még elméletileg sem – illetve csak nagyon szigorú feltételek mellett – ad pontos, torzítatlan becslést a piacnak a bizonytalanságra vonatkozó várakozásairól. Mielőtt hozzáfognánk tehát az implikált volatilitás előrejelző-képességének empirikus vizsgálatához, érdemes áttekinteni és elemezni azokat a tényezőket, amelyek torzíthatják az implikált volatilitást, mint a jövőbeni bizonytalanságra vonatkozó várakozás mutatóját.

2.1 Az implikált volatilitás és a piac szubjektív várakozása közötti kapcsolat

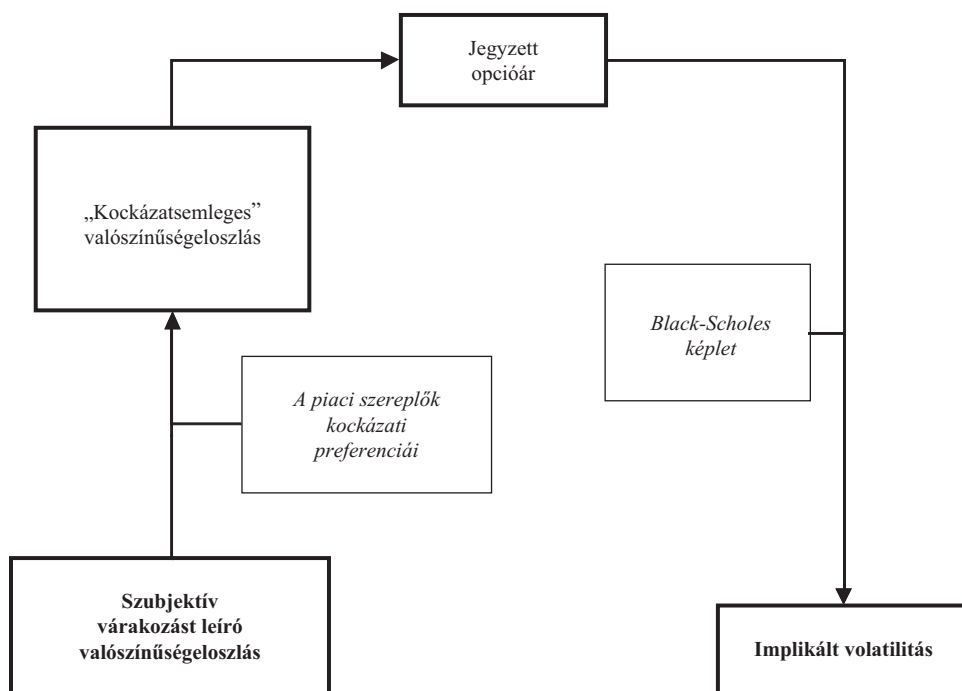
Miért is figyeljük az implikált volatilitást? Feltehető, hogy a piaci szereplők rendelkeznek valamiféle (szubjektív) várakozással az árfolyam jövőbeni lehetséges kimeneteinek valószínűségeire vonatkozóan. Ezt a valószínűség-eloszlást szeretnénk megismerni, hiszen egyrészt a piac szereplői, így a monetáris politika számára is fontos annak ismerete, hogy a piac egésze mit vár a jövőre nézve, másrészt pedig, amennyiben feltételezzük, hogy a piaci szereplők racionálisak, akkor ez a várakozás jó előrejelzője a jövőbeli folyamatoknak. Az implikált volatilitás ennek a szubjektív valószínűség-eloszlásnak a szórására vonatkozó becslés.

Ha a piacon opciókat jegyeznek – amelyek árában tükröződnek a szubjektív várakozások – és ezek az opcióárak megfigyelhetők, akkor ezekből az áradatokból a Black-Scholes képlet „megfordításával” implikált volatilitás számítható úgy, hogy megkeresünk azt a volatilitásértéket, amelyet a Black-Scholes képletbe behelyettesítve a kapott ár a piaci árral megegyezik. Az 1. ábra megmutatja, hogy milyen kapcsolatban áll az eredeti szubjektív várakozás az így számított implikált volatilitással.

A megfigyelhető adat, amiből kiindulhatunk a várakozások feltérképezéséhez, a jegyzett opcióár. Az opciók ára és a szubjektív várakozást leíró valószínűségeloszlás között közvetlen kapcsolat áll fenn. A szubjektív várakozások és a piaci szereplők kockázatra vonatkozó preferenciáinak segítségével számítható egy úgynevezett „kockázatsemleges” valószínűségeloszlás, amely központi szerepet játszik az opcióárazás elméletében. A piac működésére vonatkozó bizonyos feltételezések mellett a koc-

1. ábra

A jegyzett opcióár, a szubjektív várakozások és az implikált volatilitás kapcsolata



Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés...

kázatsemleges valószínűség-eloszlás segítségével – melyet állapotár-sűrűségfüggvénynek is neveznek – az összes, az adott alaptermékre vonatkozó származékos termék ára – így az opcióké is – egyértelműen megállapítható.²

Az lenne az ideális, ha a fenti logikát megfordíthatnánk, és az opcióárakból visszanyerhetnénk a kockázatsemleges eloszlást, majd abból a szubjektív várakozásokat. Ehhez azonban sajnos meglehetősen komoly eszköztárra, valamint sok, a gyakorlatban nem megfigyelhető adatra van szükségünk. Ahhoz ugyanis, hogy az opcióárakból következtessünk a kockázatsemleges eloszlásra, szükség van egyidejű megbízható áradatakra sok különböző kötési árfolyamú, de azonos termékre és lejáratú időpontra vonatkozó opcióról. Ilyen adat a gyakorlatban csak a leginkább likvid opciós piacokon áll rendelkezésre. További problémát jelent a kockázati preferenciák figyelembevétele, melyekről nem áll rendelkezésre közvetlenül megfigyelhető empirikus adat.

A Black-Scholes implikált volatilitás számításának segítségével átvághatjuk a gordiuszi csomót, és gyorsan, viszonylag kevés adatból kaphatunk egy becslést a szubjektív várakozásokra vonatkozó eloszlásra, illetve annak szórására. Az egyszerűségért cserébe viszont el kell fogadnunk, hogy a Black-Scholes képlet használatával implicit módon számos feltételezést teszünk a piaci környezetre vonatkozóan. Ezek, bár leegyszerűsítik a számítást és az adatigényt, gyakran nem teljesülnek a valóságban, így a kapott eredmény kisebb-nagyobb mértékben torzított lesz.

A Black-Scholes képlet feltevései az alábbiak:

- az alaptermék árfolyamváltozásainak logaritmusos normális eloszlást követ;
- a kockázatmentes kamatláb változatlan;
- az alaptermék volatilitása változatlan;
- nincsenek tranzakciós költségek;
- nincsenek arbitrázslehetőségek; végül
- az alaptermék kereskedése folyamatosan zajlik.

Mivel ezek a feltevések a valóságban tökéletesen sohasem teljesülnek, ezért azt sem várhatjuk el, hogy a Black-Scholes képlet alapján számolt implikált volatilitás megegyezzen a ténylegesen várt bizonytalansággal.

² Az opcióárak, a kockázatsemleges valószínűségeloszlás, a preferenciák, és a szubjektív várakozások közötti összefüggéseket Ait-Sahalia és Lo (2000) és Jackwerth (2000) részletesen tárgyalja.

A fenti feltételezéseken túl ráadásul a kockázati preferenciák is torzítást visznek az implikált volatilitás számításába. A Black-Scholes modell speciális feltevései mellett a kockázatsemleges és a szubjektív valószínűségeloszlások csak várható értékükben térnek el, szórásuk megegyezik. Emiatt a Black-Scholes implikált volatilitás számításánál sem kell figyelembe venni a kockázati preferenciákat. Az általános esetre ez azonban nem igaz: itt a kockázatsemleges eloszlás és a szubjektív várakozásokat leíró eloszlás alakja is eltérhet, emiatt a szórásuk is különbözhet.

Az alábbiakban megvizsgáljuk a torzítás potenciális okait, és megnézzük, hogy a gyakorlatban milyen mértékű és jellegű eltérést okozhatnak az implikált volatilitás és a szubjektív valószínűségeloszlás szórása között.³

2.2 A normálistól eltérő eloszlás

A Black-Scholes modell azt feltételezi, hogy az árfolyamváltozások logaritmusai normális eloszlást követ. A valóságban a pénzügyi termékek megfigyelt árai, így a devizaárfolyamok is, a normális eloszlástól eltérően alakulnak. A tényleges eloszlás általában csúcsosabb, mint a normális eloszlás, ami azt is jelenti, hogy az extrém, a sűrűségfüggvény széléhez tartozó kimenetek gyakoribbak, mint a normális eloszlás esetében. Feltehető, hogy emiatt a piaci szereplők várakozásait leíró eloszlás is általában eltér a normálistól.

A normálisnál csúcsosabb eloszlás egyik jele, hogy a legtöbb opciós piacon a különböző kötési árfolyamú, de azonos lejáratú opciók implikált volatilitása általában különbözik, míg ha a Black-Scholes modell feltételezései igazak lennének, ezek szintje megegyezne. Az azonnali árfolyamhoz közeli (*at-the-money*) opciók implikált volatilitása általában alacsonyabb, mint a spot árfolyamtól távolabb eső *in-the-money* és *out-of-the-money* opcióké. Ez a jelenség a volatilitás-mosolygörbe. A mosolygörbe ráadásul általában nem szimmetrikus, hanem valamilyen irányban ferde, ami azt jelzi, hogy a mögöttes eloszlás sem szimmetrikus, mint a normális eloszlás.

³ Bates (1996) egy hasonló jellegű, ám technikai szempontból részletesebb elemzést ad az implikált volatilitást potenciálisan torzító tényezőkről. Poon és Granger (2005) szintén ad egy átfogó összefoglalást a torzítás lehetséges okairól.

Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés...

Nem lehet egyértelműen eldönteni, hogy a különböző kötési árfolyamokhoz tartozó implikált volatilitások közül melyik egyezik meg a várakozásokat leíró eloszlás szórásával – valószínűleg egyik sem. A devizapiacok elemzése során leggyakrabban az *at-the-money forward* (ATMF) opciók implikált volatilitását szokták használni, mivel ezen opciók piaca a leginkább likvid, így ez az adat a legkönnyebben megfigyelhető és leginkább megbízható.⁴ Az ATMF implikált volatilitás általában a volatilitás-mosolygörbe legalacsonyabb pontjának közelében van. Ha feltételezzük, hogy a várakozások szórása a megfigyelt implikált volatilitások valamilyen középértékeként megkapható, akkor a volatilitásgörbe alacsony szakaszán levő ATMF implikált volatilitás a normális eloszlástól való eltérés miatt lefelé torzít (Backus, Foresi, Li és Wu [1997]).

2.3 Változó kamatláb

A Black-Scholes modell azt feltételezi, hogy a kockázatmentes kamatláb szintje állandó, míg a valóságban a kamatszint változik. Ha tehát a piacon megfigyelt áradatokból implikált volatilitást számítunk, akkor az így kapott mutatóban egyszerre tükröződik a piac által várt árfolyam-volatilitás, és a kamatvolatilitás hatása.

Merton (1973) modellje feloldja a Black-Scholes modell konstans kamatlábra vonatkozó feltételezését, és megvizsgálja, hogyan módosul az opció ára sztochasztikus kamatok mellett. Eredményei szerint változó kamatok esetén a Black-Scholes képlet továbbra is érvényes, azzal a különbséggel, hogy az eredeti képlet volatilitásának helyére az alaptermék volatilitásának a kockázatmentes kamatot fizető eszköz volatilitásával korrigált értékét kell helyettesíteni:

$$\hat{\sigma}^2 = (\sigma^2 + \sigma_p^2 - 2\rho \sigma \sigma_p)$$

ahol $\hat{\sigma}$ a BS-képletbe bekerülő volatilitásérték, σ az alaptermék volatilitása, σ_p^2 a kockázatmentes kamatot fizető eszköz volatilitása, ρ pedig a kettő közötti korrelációs együttható.

⁴ Bates (1996) röviden bemutatja az implikált volatilitásnak a pénzügyi irodalomban használt olyan alternatív mérőszámait, melyek a volatilitás-mosolygörbe különböző pontjainak az átlagolásával állíthatók elő.

Magyar Nemzeti Bank

Hogyan befolyásolja mindez az implikált volatilitás értékét? A Merton-modell alapján a Black-Scholes képlettel számított implikált volatilitás tulajdonképpen három tényezőnek: az alaptermék volatilitásának, a kockázatmentes kamatot fizető eszköz volatilitásának és a kettő korrelációjának a függvénye. Sztochasztikus kamatok mellett tehát a Black-Scholes implikált volatilitás nem tekinthető az alaptermék volatilitására vonatkozó torzítatlan előrejelzőnek, mivel a kamatvolatilitás értéke is tükröződik benne. A torzítás nagysága és iránya a kamatvolatilitás mértékétől és a korreláció irányától függ.

A gyakorlatban a kamatok volatilitása, főként rövid lejáratú opciók esetén, nem jelentős. Az alaptermékek – részvények, devizák – volatilitásához képest a kockázatmentes kötvények volatilitása elhanyagolható, így a torzítás mértéke kicsi. Előfordulnak azonban olyan periódusok, amikor a kamatvolatilitás megnő. Ilyenkor az implikált volatilitás értelmezésénél – főleg a hosszabb lejáratú opciók esetében, melyek érzékenyebbek a kamatok változékonyságára – célszerű figyelembe venni a kamatvolatilitás hatását. (Az 1. függelékben megvizsgáljuk, hogy ez a hatás milyen mértékű torzítást vitt a forint-euro devizaopciók implikált volatilitásába az elmúlt években.)

2.4 Változó volatilitás

A Black-Scholes modell azt feltételezi, hogy az alaptermék volatilitása állandó. Ha tehát a modell feltételezései teljesülnének, az implikált volatilitás értékének mindig ugyanakkorának kellene lennie. Az tehát, hogy az implikált volatilitás időben nem állandó, megkérdőjelezi a mutató értelmezhetőségét.

A Black-Scholes képlet használata változó volatilitás mellett mégsem teljesen indokolatlan. Merton (1973) megmutatta, hogy ha a volatilitás az idő ismert függvénye, akkor a Black-Scholes modell továbbra is érvényes, ha a volatilitás helyére az alapterméknek az opció futamidejére vonatkozó átlagos volatilitását helyettesítjük.

Abban az esetben, ha a volatilitás sztochasztikus folyamatot követ, a Black-Scholes képlet nem teljesül. Hull és White (1987) ad egy árazóképletet a sztochasztikus volatilitás azon esetére, ha a volatilitás és az alaptermék árfolyama nem korrelál egymással. A Hull-White modell feltételezései mellett a Black-Scholes modellel számolt at-the-

Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés...

money implikált volatilitás enyhén lefelé, míg az in-the-money és out-of-the money opciók esetében felfelé torzít (Bates [1996], Poon and Granger [2005]). Fleming (1998) megmutatja, hogy mivel a rövid lejáratú at-the-money opciók esetén a Black-Scholes modell közel lineáris a volatilitásra vonatkozóan, ezért rövid futamidejű opciókból számolva az implikált volatilitás a lejáratig tartó ténylegesen várt volatilitás közelítőleg torzítatlan előrejelzője.

A Hull-White modell megjelenése óta számos egyéb, sztochasztikus volatilitást feltételező modell készült (például Heston [1992]). Ezek közül ki kell emelni a GARCH opciós modelleket (Duan [1995]), melyek feltételezése szerint az alaptermék általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású (GARCH) folyamatot követ. A GARCH opciós modellek azért különösen fontosak, mert – mint ezen tanulmány későbbi fejezeteiben is látni fogjuk – a legtöbb empirikus vizsgálat szerint az at-the-money opciókból számolt implikált volatilitás általában felülbecsli a tényleges volatilitást. Ez ellentétes a hagyományos sztochasztikus volatilitásmodellek következtetésével, ugyanakkor egybecseng a GARCH opciós modellek eredményeivel.

2.5 A kockázatsemleges eloszlás és a ténylegesen várt eloszlás különbsége

Az opciók árazására vonatkozó általános egyensúlyi modellek (például Cox, Ingersoll és Ross [1985]) azt sugallják, hogy az opcióárból közvetlenül levezethető valószínűségeloszlás úgynevezett kockázatsemleges eloszlás, mely a tényleges várakozások mellett a kockázatra vonatkozó preferenciákat is tartalmazza. A Black-Scholes modell olyan értelemben speciális eset, hogy a feltételezései mellett a kockázatsemleges eloszlás és a szubjektív várakozások eloszlásának szórása megegyezik.

A valóságban, ahol a Black-Scholes modell feltételezései nem teljesülnek, a kockázatsemleges eloszlás és a szubjektív várakozások eloszlásának szórása nem feltétlenül egyenlő. A torzítás mértékére vonatkozóan a korábbi empirikus tanulmányok, melyek különböző eszközökre vonatkozó opcióárak segítségével megbecsülték a kockázatsemleges eloszlást, (Melick és Thomas [1997], Bahra [1997], Malz [1997],

Gereben [2002] stb.) azt feltételezték, hogy elhanyagolható. A legtöbb munka Rubinstein (1994) tanulmányára hivatkozik, amely szerint a kockázatsemleges és a szubjektív eloszlás a részvények piacán leginkább csak várható értékében különbözik, szórásuk és magasabb rendű momentumaik különbsége elenyésző.

Az újabb kutatási eredmények szerint azonban a különbség a gyakorlati alkalmazásokban is fontos lehet. Bliss és Panigirtzoglou (2002) egy, a Black-Scholes esetnél általánosabb modellt használva megállapítják, hogy ugyan az S&P 100 részvényindexre vonatkozó opciók esetében a kockázatsemleges és a szubjektív eloszlás szórása csak kismértékben különbözik, de ez a különbség elég ahhoz, hogy befolyásolja a mutatók előrejelző képességét. Breuer (2003) hasonló következtetésre jut a hongkongi dollár/USA dollár devizaopciók vizsgálata alapján.

2.6 Piaci tökéletlenségek, befektetői preferenciák

A Black-Scholes modell meglehetősen szigorú feltevéseket tesz a piac működésére vonatkozóan. Amennyiben ezek a követelmények nem teljesülnek – például tranzakciós költségek állnak fenn, és ezek miatt az arbitrázslehetőségeket nem lehet teljes mértékben kihasználni – a piacon megfigyelt opcióárak nem tükrözik tökéletesen a várakozásokat, és korlátozott mértékben a kereslet és a kínálat is befolyásolja az árat. E torzítás miatt a piacon megfigyelt opcióár nem feltétlenül egyezik meg az elméletileg indokolt árral, hanem annak valamilyen környezetében található. Minél likvidebb a piac, és minél kisebbek a vételi és eladási árfolyamok közötti (bid-ask) szpredek, annál alacsonyabb ezeknek a torzításoknak a mértéke. Mivel a forint devizaopciók piaca nem tekinthető túlságosan likvidnek⁵, a piaci tökéletlenségek okozta torzítás minden bizonnyal tükröződik még a leginkább likvid at-the-money opciók implikált volatilitásában is.

Szintén torzítást vihet az árakba, ha egyes piaci szereplők kockázatvállalási lehetőségei korlátozottak, illetve különböző piaci szereplők más-más kockázati preferenciákkal rendelkeznek. A részvényopciók piacán például gyakran megfigyelhető, hogy az alacsony kötési árfolyamú eladási (put) opciók ára – és implikált volatilitása – jóval maga-

⁵ Míg az euro-dollár opciók bid-ask szpredeje 10-40 bázispont körüli, addig a forint-euro opciók esetében ez az érték 100-300 bázispont között ingadozik (Csávás és Gereben [2005]).

Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés...

sabb, mint ami az opcióárazási modellek által javasolt ár. Számos tanulmány – például Franke, Stapleton és Subrahmanyam (1998) vagy Bates (2001) – ezt a jelenséget azal magyarázza, hogy a piac szegmentált: a nagy befektetési alapok a részvényárak esése elleni biztosításképpen előszeretettel vásárolnak ilyen opciókat, ugyanakkor kevés olyan piaci szereplő van, aki hajlandó – illetve szabályozása lehetővé is teszi – az ilyen jellegű opciók nagy összegben történő kiírását. Az eltérő preferenciák, illetve a kockázatvállalási korlátok miatt így ezen opciók ára magasabb, mint amit a részvényárfolyamok várható valószínűségeloszlása indokolna, és a különböző piaci szereplők eltérő kockázati preferenciái miatt az arbitrázslehetőség nem kerül kihasználásra.

Hasonló jelenségek a devizaopciós piacokon is valószínűsíthetők. A BIS által háromévente elvégzett globális devizapiaci felmérés szerint a devizaopciós árjegyzők jellemzően több opciót írnak ki, mint amennyit vásárolnak (BIS [2005]). Ebből arra lehet következtetni, hogy a devizaopciók piaca is szegmentált: az ügyfelek inkább opciókat vásárolnak, és a kínálatot a – korlátozott kockázatvállalási képességekkel rendelkező – árjegyzők biztosítják.

A szegmentált piacból fakadó kínálati korlátok a devizaopciós piacokon is eltorzíthatják az implikált volatilitás értékét. Egyes egzotikus devizaopciókhoz kapcsolódó fedezési stratégiák bizonyos esetekben nagymértékű vásárlásokat indokolnak a hagyományos opciók piacán. Ilyen esetekben gyakran megfigyelhető, hogy a hirtelen megjelenő kereslet vagy kínálat átmenetileg, ám jelentős mértékben befolyásolja az implikált volatilitások értékét is (Malz [1995], Csávás és Gereben [2005]).

2.7 Az árfolyamsáv hatása

A forint-euro árfolyamra vonatkozó implikált volatilitással kapcsolatban érdemes külön kiemelni az árfolyamsáv szerepét.⁶ Az, hogy a forint árfolyama nem szabadon lebeg, hanem csak a jegybank által deklarált és fenntartott árfolyamsáv korlátai között mozoghat, befolyásolja az implikált volatilitás értékeit, és adott esetben számottevő mértékű torzítást is okozhat.

⁶ Naszodi (2004) – a mi tanulmányunktól eltérő kérdéssel – megvizsgálja az árfolyamsáv és az opcióárazás összefüggéseit a magyar árfolyamrendszerre vonatkozóan.

Magyar Nemzeti Bank

Az árfolyamsáv megléte miatt az árfolyamváltozások valószínűségeloszlása eltér a normálistól, hiszen – legalábbis hiteles sáv mellett – az árfolyam nem vehet fel sávon kívüli értékeket. Még nem tökéletesen hiteles árfolyamrendszer esetében is általában kisebb a sávon kívüli árfolyamértékek valószínűsége, mint a sávon belülieké, így ha a sávszél közelében van az árfolyam, a jövőbeni valószínűségeloszlása ferde lesz a szimmetrikus normális eloszláshoz képest.

Sávós árfolyamrendszerben az árfolyam várható volatilitása függ az árfolyam sávon belüli helyzetétől. Krugman (1991) sávós árfolyammodelljében, amely teljesen hiteles árfolyamsávot feltételez, megmutatható, hogy minél közelebb van az árfolyam a sáv-szélhez, annál kisebb a jövőbeni árfolyam eloszlásának a szórása (Svensson [1991]). Ez az eredmény kiterjeszthető azon modellek egy részére is, melyekben a sáv nem teljesen hiteles, azaz pozitív valószínűsége van a sáv feladásának. A sávós árfolyamalakulás azon modelljeiben, amelyekben a sáv feladásának valószínűségét nem ugyanazok a változók határozzák meg, mint amik az árfolyam sávon belüli alakulását magyarázzák, hanem külső, független tényezők (ún. exogén sávfeladásos modellek, például Bertola és Svensson [1993]), az árfolyamsávhoz közeledve csökken az árfolyam várt volatilitása, hasonlóan a hiteles sáv esetéhez.

Az olyan modellekben viszont, ahol a sáv feladása az árfolyam sávon belüli értékét magyarázó fundamentumok alakulásától függ (ún. endogén sávfeladásos modellek, például Bertola és Caballero [1992]), a helyzet fordított: a sáv széléhez közeledve az árfolyam várt ingadozása megnő.

A sáv megléte tehát befolyásolja a várható árfolyam-volatilitás értékét: a sávszéltől való távolság minden egyéb tényező változatlansága esetén is – a sáv hitelességétől függő mértékű és irányú – hatással van a várt árfolyam-bizonytalanságra. Ez a tulajdonság felhasználható az árfolyamsáv hitelességének megállapítására is. Campa és Chang (1998) például az Európai Monetáris Rendszer árfolyam-mechanizmusának (ERM) hitelességét vizsgálják meg a tagországok valutáira vonatkozó opcióárból számított implikált volatilitások alapján. Úgy találták, hogy az implikált volatilitások a sáv-szélhez közeledve általában megemelkedtek, ami az endogén sávfeladásos modellekkel konzisztens, ami azt jelzi, hogy az ERM már jóval az árfolyamválságok és a sávok feladása előtt elvesztette hitelességét a piac szemében.

Az implikált volatilitás és a várt bizonytalanság közötti eltérés...

Felmerül a kérdés, hogy a Black-Scholes képlettel számolt implikált volatilitás, amely implicit módon normális eloszlást feltételez, mennyire jó mérőszáma a várt volatilitásnak a sávós árfolyamrendszerben, ahol az árfolyam eloszlása nem normális. Az alábbiakban egy példán keresztül illusztráljuk az ebből fakadó potenciális torzítás mértékét.

De Jong, Drost és Werker (2001) javasol egy, a Krugman-modellhez hasonló, ám számítási szempontból könnyen kezelhető, hiteles árfolyamsávot feltételező árfolyammodellt. Tanulmányukban levezetnek egy, a modelljükkel konzisztens opcióárazási képletet is. E modellt felhasználva megvizsgáljuk, hogy hiteles sáv mellett mekkora és milyen irányú torzítást okozhat a Black-Scholes implikált volatilitás használata.

A kapott eredményeket az 1. táblázat tartalmazza. Példánkban a modell paramétereit úgy állítottuk be, hogy a sávszélek megfeleljenek a hazai árfolyamrendszernek, és a sávközép környékén éves szinten 5 százalék körüli legyen az implikált volatilitás.⁷ A táblázat azt mutatja, hogy ezen feltételezés mellett a sáv széle felé közeledve hogyan alakul a tényleges várható árfolyamváltozás szórása egy éves előretekintő időhorizonton, és mekkora szórást jelez a Black-Scholes implikált volatilitás, ha a modell alapján árazott egy éves futamidejű opciók árából számoljuk vissza. A táblázat utolsó sora a két szórásváltozó közötti százalékos eltérést mutatja.

1. táblázat

A sáv hatása az implikált volatilitásra

Azonnali árfolyam	282,36 (sávközép)	250	245	242	241	240,5
Tényleges várható volatilitás a modell alapján (%)	5,00	3,45	2,54	1,66	1,23	0,96
Black-Scholes implikált volatilitás (%)	5,29	3,59	2,58	1,56	1,09	0,84
Torzítás (%)	5,68	3,95	1,53	-5,99	-11,92	-16,19

⁷ Fel szeretnénk hívni az olvasó figyelmét, hogy e számításaink csak illusztrációul szolgálnak. A modell feltételezéseinek gyakorlati teljesülését nem teszteltük, és a paramétereket sem empirikus adatok alapján történő becslés alapján kaptuk. Célunk itt mindössze az, hogy egy adott modell keretei között megmutassuk, hogy a sáv meglete mekkora torzítást vihet az implikált volatilitás értékébe, nem pedig az, hogy a magyar árfolyamrendszer akár közelítőleg is pontos reprezentációját adjuk.

Magyar Nemzeti Bank

A táblázat alapján látható, hogy tökéletesen hiteles árfolyamsávot feltételező modellünkben mind a tényleges, mind pedig az implikált volatilitás lecsökken, ahogy az azonnali árfolyam közeledik a sávszél felé. Megfigyelhető ugyanakkor, hogy a Black-Scholes volatilitás a sáv közepén enyhén felfelé torzít, míg a sáv széle felé közeledve a torzítás iránya megváltozik, és a Black-Scholes implikált volatilitás némileg alacsonyabb értéket mutat a modell alapján számolt tényleges volatilitáshoz képest. Ezen torzítás mértéke alacsony; mértéke még a sávszél közelében is körülbelül a bid-ask szpred nagyságrendjével azonos.

2.8 Következtetések

A fenti példák illusztrálják, hogy számos tényező lehet torzító hatással az implikált volatilitásra, mint a jövőbeni tényleges volatilitás előrejelzőjére. A Black-Scholes képlet egyszerűsítő feltételezései a valóságnak csak közelítő leírását adják, így nem is várhatjuk el, hogy az implikált volatilitás tökéletes előrejelző legyen.

Mindez természetesen nem jelenti azt, hogy a Black-Scholes implikált volatilitás nem hordoz hasznos információt. Egyrészt elképzelhető, hogy számos esetben a torzítások mértéke kicsi, és gyakorlati szempontból nem releváns. Másrészt amennyiben a torzító tényezők időben viszonylag stabilak, az implikált volatilitás változásai akkor is jelezni fogják a várt bizonytalanság megváltozását, ha annak szintje torzított. Az implikált volatilitás dinamikája tehát még torzított előrejelzés esetén is fontos információt hordozhat.

A tanulmány további részében empirikus szempontból vizsgáljuk meg, hogy az implikált volatilitás mennyire jó előrejelzője a tényleges jövőbeni volatilitásnak. Először áttekintjük az irodalomban fellelhető, különböző részvény- és devizapiacokra vonatkozó eredményeket, majd ezek fényében megvizsgáljuk a forint/euro implikált volatilitás esetében az előrejelző-képességet.

3. Az implikált volatilitás információtartalma – az irodalom áttekintése

Az opcióárból származtatott implikált volatilitás és a tényleges volatilitás kapcsolatát számos tanulmány elemzi. A kutatások iránya két témakört ölel fel. A tanulmányok egy része egyszerűen azt vizsgálja, hogy az implikált volatilitás előrejelzője-e a tényleges jövőbeli volatilitásnak. A másik kutatási irány azt a kérdést veti fel, hogy azon túl, hogy előrejelzi a jövőbeni volatilitást, tartalmaz-e minden releváns információt, azaz léteznek-e egyéb olyan változók, például a múltbeli árfolyam adatok, amelyek javíthatják az előrejelzést.

A korábban bemutatott, torzításokat eredményező tényezők különböző piacokon különböző mértékűek lehetnek, ezért nem lenne meglepő, hogy az implikált volatilitás információtartalma akár markánsan is különbözzön az eltérő eszköztípusok esetében. Ezzel szemben az eredmények, következtetések eszköztípustól függetlenül nagyrészt hasonlóak.

Mivel az implikált volatilitás információtartalmának vizsgálata a részvényindex-opciók piacán kezdődött, és az irodalom jelentős része továbbra is e piacokra fókuszál, először a részvényekre vonatkozó irodalmat tekintjük át a teljesség igénye nélkül. Ezek után mutatjuk be a számunkra relevánsabb, devizapiaci opciókra vonatkozó eredményeket.

3.1 Részvénypiacok

Mint említettük, az első elemzések a részvénypiacokra koncentráltak, elsősorban a leglikvidebb részvényindexekre vonatkozó opciókból származtatott volatilitást vizsgálták, és nagyrészt arra a következtetésre jutottak, hogy az kevés információval szolgál a tényleges jövőbeli volatilitásra vonatkozóan.

Lamoureux és Lastrapes (1993) egyedi részvényeket vizsgálva megállapították, hogy a historikus adatok alapján becsült idősoros modellek az implikált volatilitásnál jobb

Magyar Nemzeti Bank

előrejelzést adnak. Canina és Figlewski (1993) az S&P 100 indexre vonatkozó opciók esetében megállapította, hogy az 1983-1989 közötti időszakban a számított implikált volatilitás lényegében semmilyen információt nem tartalmaz a tényleges jövőbeli volatilitásról. Eredményük az opció kötési árfolyamától és lejáratától is függetlennek bizonyult.

A későbbi tanulmányok azonban azt igazolják, hogy az opcióárak – legalábbis likvid piacokon – igenis fontos, nem elhanyagolható információt tartalmaznak a jövőbeli volatilitásról. Az S&P 100 indexre vonatkozóan Christensen és Prabhala (1998) felhívják a figyelmet arra, hogy Canina és Figlewski következtetései részben a nem megfelelő módszertannak köszönhetőek. Tanulmányuk rámutat az implikált volatilitás-idősorok azon jellegzetességére, hogy az egymást követő napok adatai átfedő időszakokra vonatkozó előrejelzéseket tükröznek, és a tőzsdei opciók esetében ezen időszakok eltérő hosszúságúak is. Ebben az esetben a szokásos becslési eljárások és teszt-statisztikák nem alkalmazhatók, és ezen problémák figyelmen kívül hagyása az empirikus elemzésben rossz következtetésekhöz vezethet. A megfelelő módszertan alkalmazásával arra a következtetésre jutnak, hogy az 1987-es válságot követő időszakban az implikált volatilitás torzítatlan előrejelzője a tényleges jövőbeli volatilitásnak, és hatékony is abban az értelemben, hogy a múltbeli volatilitások – a realizált hozamok 60 napos mozgóablakkal számított szórásával mérve – nem tartalmaznak hozzá képest többletinformációt.

Ezt követően számos tanulmány igazolja az implikált volatilitás előrejelző képességét – Fleming (1998), Blair, Poon és Taylor (2001), Poteshman (2000), Koopman, Jungbacker, Hol (2004), Corrado és Miller (2004) –, megállapítva, hogy bár felfelé torzított becslését adja a jövőbeli volatilitásnak, de a historikus adatokhoz képest többletinformációval bír. Fleming (1999) eredménye arra utal, hogy a torzítás mértéke sem számottevő, a tranzakciós költségek figyelembevételekor elhanyagolható mértékű. Christensen és Strunk Hansen (2002) elemzése megerősíti ezt, Christensen és Prabhala (1998) elemzését hosszabb időszakra kiterjesztve is arra a következtetésre jutnak, hogy az implikált volatilitás torzítatlan előrejelző.

Annak megítélésében, hogy az implikált volatilitás minden, múltbeli adatokból nyerhető információt tartalmaz-e, nem egységesek a következtetések. Ederington és Guan

Az implikált volatilitás információtartalma – az irodalom áttekintése

(2002), Martens és Zein (2002) eredményei szerint az ARCH típusú modellek és a múltbeli volatilitások tartalmazzák az implikált volatilitáson túlmenően is információt a jövőbeli volatilitásra. Ezzel szemben Blair, Poon és Taylor (2001), Christensen és Prabhala (1998), Christensen és Strunk Hansen (2002), Fleming (1998) arra a következtetésre jut, hogy az implikált volatilitáshoz képest a vizsgált időszormodellek nem tartalmazzák többletinformációt.

Ugyanakkor a kis, kevésbé likvid részvénypiacok esetében az is gyakori következtetés, hogy az implikált volatilitás előrejelző képessége elhanyagolható (Gonzalez Perez (2004) a spanyol részvényindex-opciók esetében), illetve nem jobb, mint a legegyszerűbb időszormodelleké. Frennberg és Hansson (1996) a svéd részvényindex-opciók esetében azt találja, hogy az implikált volatilitás előrejelző képessége a véletlen bo-lyongásánál sem jobb.

3.2 Devizapiacok

A devizapiacok esetében számos tanulmány igazolja az implikált volatilitás jó előrejelző-képességét.

Jorion (1995) az 1985-1992 közötti időszakban vizsgálja a márka/dollár, jen/dollár és svájci frank/dollár tőzsdei opciókból számított implikált volatilitás előrejelző képességét. Mind az egynapos, mind az opció lejáratával megegyező egyhónapos horizonton arra következtet, hogy az implikált volatilitás a tényleges jövőbeli volatilitás változékonyságának jelentős részét képes magyarázni. Megállapítja, hogy bár önmagában a múltbeli adatokra épülő GARCH(1, 1) és MA(20) modell is rendelkezik magyarázóerővel, ezen modellek az implikált volatilitáshoz képest nem hordoznak többletinformációt. Taylor és Xu (1995) hasonló következtetésre jut a márka/dollár opciók esetében az 1985-1991 közötti időszakra vonatkozóan: az általuk vizsgált ARCH modell nem tartalmazott többletinformációt az implikált volatilitáshoz képest.

Martens és Zein (2003) a jen/dollár volatilitást vizsgálták a 1996-2000 időszakban. A GARCH(1,1) modellel összevetve ugyancsak azt találták, hogy az implikált volatilitás 1 és 20 napos horizonton hatékony előrejelző, a napi árfolyamok modellezésével nem javítható tovább az előrejelzés. A napon belüli adatok – és a volatilitás „long memory”

Magyar Nemzeti Bank

tulajdonságának – figyelembevételével néhány horizonton javítható az előrejelzés, de többnyire az implikált volatilitás magában foglalja azok információtartalmát is.

Neely (2002) négy devizaárfolyamot, a márka/dollár, jen/dollár, svájci frank/dollár és a font/dollár árfolyamot elemzi 1987 és 1998 között. Az implikált volatilitás információtartalmát egy ARIMA, „long memory” ARIMA és GARCH(1,1) modellek előrejelzéseivel veti össze. A jen/dollár árfolyam esetében eredményei alátámasztják az implikált volatilitás mint előrejelző hatékonyságát: ezen modellek egyike sem tartalmaz többletinformációt az implikált volatilitáshoz képest, függetlenül attól, hogy a tényleges volatilitás mérésére napi vagy napon belüli adatokat használunk. Napon belüli adatokkal mért volatilitás esetében a svájci frank/dollár vonatkozásában is hatékony előrejelzőnek bizonyult az implikált volatilitás.

Christoffersen és Mazzotta (2004) 1982 és 2002 közötti időszak OTC opciós adatait vizsgálják a dollár/euro, jen/euro, font/euro, illetve jen/dollár esetében, az 1999 előtti időszakra vonatkozóan a márkát használva az euro helyett. Elemzésük egyik legfontosabb megállapítása, hogy az OTC adatok használata esetén – a kevesebb módszertani problémának is tulajdoníthatóan – az implikált volatilitás a tényleges jövőbeli volatilitás változékonyságának nagyobb részét képes magyarázni, mint a tőzsdei opciókból számított volatilitás. Eredményeik megerősítik, hogy az implikált volatilitás mind az 1 hónapos, mind a 3 hónapos horizonton általában jobban jelzi előre a jövőbeli volatilitást, mint a párhuzamosan vizsgált idősormodellek (historikus volatilitás, exponenciális súlyozású historikus volatilitás és a GARCH(1,1) modell). Ugyanakkor az implikált volatilitás nem hatékony előrejelző, az idősormodellek előrejelzései tartalmazznak hozzá képest többletinformációt. A tényleges volatilitás mérésének módja (napi vagy napon belüli adatok használata) kvalitatív módon nem változtatja meg a következtetéseket, de a historikus volatilitás-előrejelzések teljesítményét javítja.

Taylor és Xu (1997) a napi adatokra épülő idősormodellek mellett a napon belüli árfolyamokon alapuló modellek előrejelzéseivel is összeveti az implikált volatilitást. Eredményeik azt mutatják, hogy az ilyen módon kibővített információs halmazt figyelembe véve az implikált volatilitás már nem hatékony előrejelző, a napon belüli árfolyamok többletinformációt tartalmazznak, figyelembevételük javítja az előrejelzéseket. Erre a

Az implikált volatilitás információtartalma – az irodalom áttekintése

következtetésre jutott Neely (2002) is a márka/dollár, font/dollár, és napi adatokkal mért tényleges volatilitás használatával a svájci frank/dollár esetében is.

Pong, Shackleton, Taylor és Xu (2004) a márka/dollár, font/dollár, illetve jen/dollár árfolyamokra vonatkozó OTC opciókból számított implikált volatilitást a GARCH(1,1) modell előrejelzései mellett napon belüli adatokra épülő ARMA és ARFIMA modellek előrejelzéseivel is összeveti. Eredményeik szerint a rövid, 1 napos és 1 hetes előrejelzési horizonton a napon belüli adatokra épülő historikus előrejelzések statisztikailag szignifikánsan jobb előrejelzésre képesek, ugyanakkor 1 hónapos és 3 hónapos horizonton az implikált volatilitás legalább ugyanolyan jó előrejelzője a tényleges jövőbeli volatilitásnak. Ugyanakkor az implikált volatilitás minden horizonton tartalmaz olyan információt, ami csak múltbeli adatokból nem nyerhető ki.

Annak megítélésében, hogy az implikált volatilitás torzítatlan előrejelzője-e a tényleges jövőbeli volatilitásnak, kevésbé kedvezők az eredmények. Az elemzések többsége az implikált volatilitás torzítottságára talál bizonyítékot. A jövőbeli volatilitást az implikálttal magyarázó regressziókban az implikált volatilitás paramétere általában 1-nél kisebb, vagyis az implikált volatilitás felfelé torzított becslést ad. Ezt találta például Jorion (1996) mindhárom általa vizsgált deviza esetében, Neely (2002) a márka/dollár, svájci frank/dollár és a font/dollár esetében, és Christoffersen és Mazzotta (2004) a vizsgált devizák egy részének esetében.

Ugyanakkor Neely (2002) a jen/dollár esetén, Christoffersen és Mazzotta (2004) napi adatokkal mért tényleges volatilitás használatakor az 1999 utáni adatokon a 3 hónapos előrejelzési horizonton az euro keresztárfolyamok esetében torzítatlan előrejelzőnek találja az implikált volatilitást. Ez utóbbi tanulmány eredményei szerint a jen/euro, illetve 3 hónapos horizonton a font/euro esetében is az implikált volatilitás a napon belüli adatokkal mért tényleges volatilitást is torzítatlanul jelzi előre.

Empirikus elemzések szerint a részvénypiacokkal ellentétben a devizaopciókból számított implikált volatilitások a kisebb piacok esetén is hordoznak információt a jövőbeli volatilitásról. Aguilar (1999) a svéd korona/márka, svéd korona/dollár és ausztrál dollár/USA dollár OTC opciókból számított implikált volatilitásokat hasonlítja össze a GARCH(1,1) és EGARCH(1,1) modell előrejelzéseivel. Eredményei szerint az implikált volatilitás az 1995-1998 időszakban a svéd korona/márka és ausztrál dollár/USA dol-

Magyar Nemzeti Bank

lár opciók esetében a legtöbb horizonton torzítatlanul jelzi előre a jövőbeli volatilitást. Az ausztrál dollár/USA dollár esetében az implikált volatilitás a legjobb előrejelző, ugyanakkor a svéd korona tekintetében – bár tartalmaz információt – az EGARCH(1,1) modell előrejelzései pontosabbnak bizonyultak.

Ami a feltörekvő piacokat illeti, szintén kedvezőek az eredmények. Cincibuch és Bouc (2001) OTC adatok alapján a cseh korona esetében mutatja meg, hogy az implikált volatilitás – az 5 napos horizontot kivéve – torzítatlanul jelzi előre az árfolyam volatilitását, valamint az egyszerű historikus átlaggal összevetve hatékony előrejelző is. Canesso de Andrade és Tabak (2001), illetve Tabak, Chang és Canesso de Andrade (2002) a brazil real/dollár árfolyamra vonatkozó tőzsdei opciókból számított implikált volatilitás információtartalmát elemezték. Eredményeik arra utalnak, hogy az előrejelzési horizonttól függetlenül az implikált volatilitás ugyan torzított, de számottevő információt tartalmazó előrejelzője a jövőbeli volatilitásnak. Az implikált volatilitást GARCH(1,1) és MA(20) modellek előrejelzéseivel összehasonlítva megállapítják, hogy a napi adatokat tartalmazó információs halmazon az opcióárak minden információt magukban foglalnak. A napi záró és nyitó árfolyamokkal is kiegészített információs halmazon ugyan az implikált volatilitás nem hatékony előrejelző, az idősor modellek is tartalmaznak információt, ennek mértéke azonban jóval kisebb, mint az opcióárakba beépült információ.

3.3 Az implikált volatilitás, mint a nagy piaci turbulenciák indikátora

Az irodalom eddig bemutatott része azzal foglalkozik, hogy az implikált volatilitás előrejelzi-e a jövőbeli volatilitást. A jövőbeli volatilitás ugyanakkor az alkalmazások szempontjából gyakran nem a legfontosabb kérdés. A kockázatkezelés, vagy akár a jegybanki politikai döntéshozatal során a jövőbeli volatilitás kisebb, a normális piaci működés részét képező változásainak előrejelzése gyakran kevésbé fontos; az igazi kérdés az, hogy előre tudjuk-e jelezni a piaci árakat érő drasztikus, nagymértékű sokkokat. Meglepő, hogy az irodalomban az implikált volatilitás ilyen típusú előrejelző képességéről milyen kevés szó esik. Tudomásunk szerint Malz (2000) tanulmánya az egyetlen,

Az implikált volatilitás információtartalma – az irodalom áttekintése

amely explicit módon arra a kérdésre keresi a választ, hogy alkalmas-e a Black-Scholes implikált volatilitás a nagymértékű piaci turbulenciák előrejelzésére.

Malz tanulmányában 11 különböző eszköztípusra – részvények, kötvények, kőolaj, arany, különböző devizapárok – vonatkozó opciók implikált volatilitásait elemzi. Granger-oksági tesztekkel, valamint kontingenciatáblák segítségével vizsgálja meg, hogy az implikált volatilitás és egyéb historikus volatilitásmutatók változásai előrejelzik-e az adott eszköz piacán bekövetkezett nagyméretű sokkokat.

Eredményei alapján úgy tűnik, hogy az implikált volatilitás jól teljesít, és számos esetben előrejelzi a piacokat érő nagy sokkokat, olyankor is, amikor a historikus volatilitásmutatók nem változtak. Mindezek alapján a szerző az implikált volatilitást a kockázatkezelés szempontjából hasznos előretékintő indikátornak ítéli.

3.4 Következtetések

A részvény- és devizaopciók implikált volatilitására vonatkozó nemzetközi irodalom alapján tehát az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

- Az implikált volatilitás az esetek túlnyomó részében hasznos információt tartalmaz a jövőben várható árfolyam-volatilitással kapcsolatban, megváltozása a jövőbeni volatilitás várható változására utal.
- Az implikált volatilitás ugyanakkor általában torzított előrejelzője a jövőbeli volatilitásnak, szintje általában magasabb, mint a ténylegesen bekövetkező volatilitás.
- Nem minden esetben bizonyult hatékony előrejelzőnek, azaz egyéb, az árfolyam múltbeli alakulását jelző mutatók – különösen a napon belüli árfolyam-volatilitás mérőszámai – időnként tartalmaznak az implikált volatilitáshoz képest olyan többletinformációt, amely javítja az előrejelzést.
- Devizapiacok esetében ezek a biztató eredmények nemcsak a nagy devizapárookra vonatkozó opciókra vonatkoznak, hanem a kisebb, kevésbé likvid devizapárok esetében is igaznak bizonyulnak.
- A jegybanki döntéshozatal szempontjából különösen kiemelendő, hogy az implikált volatilitás hasznos előrejelzője a tőkepiaci árakat érő nagymértékű sokkoknak.

4. A forint/euro implikált volatilitás információtartalma – ökonometriai vizsgálat

Tanulmányunk empirikus részében azt vizsgáljuk, hogy a nemzetközi irodalom következtetései a forint/euro opciók esetében is megállják-e a helyüket, azaz hogy a forint/euro implikált volatilitás előrejelzi-e a jövőbeni árfolyam-volatilitást, illetve hogy ez az előrejelzés torzított, illetve hatékony-e. Először bemutatjuk a felhasznált adatokat, majd ismertetjük az elemzés során alkalmazott módszertant, végül elemezzük az ökonometriai vizsgálat eredményeit.

4.1 Adatok

a. **A tényleges (realizált) volatilitás mérése.** Az implikált volatilitás előrejelző képességének empirikus vizsgálatakor az első kérdés, amivel szembesülünk, hogy hogyan tudjuk mérni azt, amit előrejelzünk. Az árfolyam volatilitása a tényleges adatgeneráló folyamat egyik jellemzője, melyet közvetlenül nem tudunk megfigyelni⁸, ezért annak megfelelő közelítése az empirikus elemzés egyik kulcskérdése. A volatilitás modellezésére, mérésére számos megközelítés született, ezeket részletesebben is áttekinti Poon és Granger (2003) tanulmánya. Kezdetben az irodalom a napi hozamokon alapuló modellekre koncentrált, a volatilitást a napi hozamok abszolút értékével, vagy napi hozamok négyzetével közelítve. A napon belüli adatok hozzáférhetősége a volatilitás méréséhez is új eszközzel szolgált. Andersen és Bollerslev (1998) tanulmánya felhívja a figyelmet arra, hogy a napi hozamok négyzete vagy abszolút értéke a látens volatilitást ugyan torzítatlanul, de jelentős „zajjal” közelíti. Ugyanakkor megmutatják, hogy a napon belüli hozamok négyzetének összegével a volatilitás pontosabban mérhető – a hozamokat kellően sűrű időnként számítva –, ezzel a zaj, vagyis a volatilitás mérési hibája jelentősen csökkenthető, nagyon gyakori hozamok használatával a

⁸ Elemzésünkben eltekintünk attól a lehetőségtől, hogy a tényleges adatgeneráló folyamat olyan, hogy a volatilitás nem létezik.

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

volatilitás gyakorlatilag megfigyelhető változóként kezelhető. Andersen, Bollerslev, Diebold és Labys (2001, 2003) arbitrázsmentesség feltételezésével elméletileg is igazolják ezt a következtetést.

Elemzésünkben mi is a volatilitás napon belüli hozamok segítségével történő közelítése mellett döntöttünk. A tényleges volatilitás-idősor előállításához a Reuters által szolgáltatott 2 percenkénti árfolyamjegyzéseket használtuk, a 2002. január 2-2005. május 26. közötti időszakban.⁹ Elméletileg minél gyakrabban mért hozamokat használunk, annál jobban tudjuk közelíteni a volatilitást. Azonban – mint például Alizadeh, Brandt és Diebold (2002) vagy Brandt és Diebold (2003) tanulmánya rámutat – a gyakoribb adatok felhasználásakor a piaci mikrostruktúrából eredő zajok egyre jelentősebb szerepet játszhatnak a megfigyelt árak alakulásában, így a hozamokban is, és ennek mértéke akár felül is múlhatja a gyakoribb mintavételből származó előnyt. Ezért ezen két hatás egyensúlyozása, a hozamok mérésének optimális gyakorisága jelentős figyelmet kapott az irodalomban is, ezt elemzi például Ait-Sahalia és Mykland (2003), Bandi és Russel (2003). Empirikus elemzésekben az 5 és 30 percenkénti hozamok használata a legelterjedtebb.

Elemzésünket – figyelembe véve az árfolyamadatok napon belüli változékonyságát – 30 és 60 perces hozamok alapján is elvégeztük, azonban a következtetéseket a mintavétel gyakorisága nem befolyásolta, ezért a továbbiakban a 30 perces hozamokon alapuló eredményeket ismertetjük. Első lépésként a 30 perces hozamok napi négyzetösszegével közelítettük a napi realizált volatilitást. Az alábbi képletet használtuk:

$$RV_t = \sqrt{\sum_{h=1}^H r_{t,h}^2},$$

ahol RV_t a t -edik napi (realizált) volatilitás, $r_{t,h}$ a t -edik nap h -adik 30 perces periódusában realizált (logaritmikusan mért) hozam. Az adott napi volatilitást az opciós adatokkal való időbeli egyezőség érdekében adott nap 10.30 és a következő nap 10.30 közötti időszak hozamaiból számítjuk.

⁹ A Reutersen elérhető tényleges tranzakciós adatok is, azonban ezen idősor csak rövidebb időszakra állt rendelkezésünkre, így az árfolyamjegyzések használata mellett döntöttünk.

A realizált volatilitás idősora azonban túlságosan volatilisnek bizonyult, sok kiugró értéket tartalmazott, és ez a jelenség a napon belüli hozammérés gyakoriságától függetlenül bizonyult. A napon belüli logaritmikusan árfolyamok idősorából kiderült, hogy ennek lehetséges oka egy-egy nagy ugrás napon belül az árakban (2. függelék).

Barndorff-Nielsen és Shephard (2004) tanulmánya a napi variancia mérésére egy alternatív lehetőséget mutat be, amely konzisztens a sztochasztikus volatilitás-modellekkel is, és viszonylag robusztus abban az esetben is, ha a megfigyelt árfolyamban időnként nagy ugrásokat találunk.¹⁰ A javasolt alternatív mérőszám, az ún. realizált „bipower variation” a realizált volatilitáshoz hasonló, azonban a napon belüli hozamok négyzete helyett közvetlenül egymást követő intervallumok hozamai abszolút értékének szorzatát összegzi. Ezzel az egy adott intervallumban bekövetkezett nagy árváltozás volatilitásra gyakorolt hatása csökken, ha a következő periódusban kisebb változás követi azt. Ezért elemzésünkben a tényleges napi volatilitást ezzel a mérőszámmal közelítjük, az egyes modellek előrejelző képességét ezen mérjük. A realizált „bipower variation” az alábbi képlet szerint számítható:

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{h=1}^{H-1} |r_{t,h}| \cdot |r_{t,h+1}|}$$

ahol σ_t a t . napi volatilitás, $r_{t,h}$ a t . nap h . $r_{t,h+1}$ a t . nap $h+1$. 30 perces periódusában realizált (logaritmikusan mért) hozam.

A napi volatilitásokból az elemzett horizontokra vonatkozó, napi, heti (5 napos), havi (21 napos) és 3 havi (63 napos) volatilitást számítottunk, és azokat – a rendelkezésre álló implikált volatilitás jegyzési konvencióinak megfelelően – évesítettük. A használt különböző horizontú tényleges (jövőbeli) volatilitás-idősorok tehát a következők:

$$V_{t,H} = \sqrt{\sum_{i=1}^H \sigma_{t+i-1}^2} \cdot \sqrt{\frac{252}{H}}$$

ahol H a vizsgált időhorizont napjainak számát jelöli.

¹⁰ Ugrások hiányában a realizált volatilitás és a tanulmányban vizsgált alternatív mérőszám valószínűségben egyaránt az integrált varianciához konvergál, tehát mindkettő konzisztens becslése annak.

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

Az idősből kiszűrtünk néhány kiugró értéket, melyek a magyar árfolyamrendszert ért számottevő mértékű sokkokhoz voltak köthetők. Ilyennek ítéltük a forint árfolyamsávjának erős szélét ért, 2003. januári spekulációs támadás idején tapasztalt árfolyammozgást (2003. január 16. és 17.), a 2003 júniusában bekövetkezett árfolyamsáv-módosításhoz kapcsolódó árfolyamingadozást (2003. június 4-10.), valamint a 2003. december eleji árfolyamsokkhoz köthető kiugró értékeket (2003. december 1. és 2.).

b. Az implikált volatilitás. Az implikált volatilitás (IV) idősorok forrása a Royal Bank of Scotland 1 hetes (IV^{1w}), valamint 1 és 3 hónapos lejáratú (IV^{1m} , IV^{3m}) európai típusú ATM opcióra vonatkozó bid és ask volatilitásjegyzéseinek átlaga, melyeket a Reuters RBVN oldaláról 10.00 és 10.30 között gyűjtöttünk. Az RBS 1 hetes, 1, 2, 3, 6, 9 és 12 hónapos lejáratú opciókra jegyez árat, tanulmányunkban ezek közül az 1 hetes, valamint az 1 és 3 hónapos lejáratokat elemezzük. A vizsgált idősor a 2002. december 31. és 2005. május 25. közötti napi jegyzéseket tartalmazza. A hosszabb lejáratú opciók piacát lényegesen alacsonyabb likviditás jellemzi, és ezért azok információtartalma is korlátozottabb, továbbá elsősorban rövid távon feltételezhető, hogy a piaci szereplők információs halmaza a múltbeli árakban foglalnál lényegesen több információt tartalmaz. Egyes lejáratokon már a 2001. májusi sávszélesítéstől kezdődően rendelkezésre állnak adatok, de az opciós piac likviditása csak 2002 második felétől elegendő ahhoz, hogy az árak információtartalmát érdemben vizsgáljuk.

Ugyan az opciós adatok közvetlenül implikált volatilitásként állnak rendelkezésünkre, ez nem jelenti azt, hogy azok opcióárazási modelltől vagy mérési hibáktól függetlenek lennének. A jegyzések piaci konvenció szerint BS modellel konzisztens implikált volatilitásokra vonatkoznak.¹¹ A számos, elméleti okokra és piaci tökéletlenségekre visszavezethető lehetséges torzító tényező ellenére közvetlenül ezen implikált volatilitásokat használjuk.

Egyrészt mivel mind a piaci, mind a jegybanki elemzések a Black-Scholes implikált volatilitást használják, ennek a vizsgálata célszerűbbnek, relevánsabbnak tűnik, mint egy bonyolultabb, realiztikusabb, ám kevésbé elterjedt volatilitásmutató teljesítményének a vizsgálata. Másrészt a sztochasztikus volatilitást feltevő komplexebb modellek használata számításintenzívebb, és ezek esetében a volatilitást leíró modell he-

¹¹ A devizaopciós piacokon alkalmazott jegyzési konvenciókról lásd Csávás-Gereben (2005).

lyessége, paramétereinek becslése további bizonytalanságot, az implikált volatilitásban mérési hibát okoz. Mindezekén túl az irodalom eredményei alapján úgy tűnik, hogy az implikált volatilitás előrejelző képességére vonatkozó eredményeket az opcióárazási modell választása alapvetően nem befolyásolja. Neely (2002) devizaopciók esetében három opcióárazási modellel – Heston (1993), Barone-Adesi és Whaley (1987) és Black (1976) modelljeivel – számított implikált volatilitásokat összehasonlítva megállapítja, hogy azok nagyon hasonló leíró statisztikákat produkálnak.

c. Alternatív előrejelzések. Az implikált volatilitás előrejelző képességét két alternatív, időszormodellen alapuló előrejelzés eredményeivel hasonlítjuk össze.

Az egyik alternatív előrejelzésünk az irodalomban és gyakorlatban egyaránt népszerű GARCH(1,1) modell volatilitás előrejelzése. A 2002. december 31. és 2005. május 25. közötti időszakra naponta 1 napos, 1 hetes (5 munkanap), 1 hónapos (21 munkanap) és 3 hónapos (63 munkanap) horizontra készítettünk előrejelzést.

Az előrejelzések ex ante, mintán kívüli előrejelzések, az adott napi előrejelzéseket a 2002. január 2-től az előrejelzés készítésének napjáig tartó mintán becsült modell alapján számítottuk.

A második idősoros előrejelzést napon belüli adatokat is felhasználva, a napi volatilitás-idősor modellezésével készítjük. Andersen, Bollerslev, Diebold és Labys (2001) a realizált volatilitás eloszlásának tulajdonságait vizsgálták árfolyamok esetében, és megállapították, hogy az közel egységgyök-folyamat, hosszan lecsengő autokorrelációval, így az ezt a struktúrát megragadó frakcionálisan integrált ARFIMA modellek alkalmazását tartották megfelelőnek. Továbbá rámutattak, hogy a realizált volatilitás logaritmusának eloszlása jobban közelíti a normálist, így annak modellezése hatékonyabb becslést és jobb előrejelzéseket eredményez. Pong, Shackleton, Taylor és Xu (2004) az ARFIMA modell előrejelzéseit egy ARMA (2,1) modellel¹² kapott előrejelzésekkel hasonlítják össze, és arra a következtetésre jutnak, hogy ez utóbbi hasonlóan jól képes előrejelezni az árfolyam volatilitását.

A forintárfolyam tényleges volatilitása is ennek megfelelően viselkedik. A volatilitás logaritmusának eloszlása – bár továbbra sem normális – jobban közelít a normálishoz,

¹² Az ARMA(2,1) modell választását Gallant, Hsu és Tauchen (1999) eredménye motiválta, miszerint két AR(1) folyamat összege képes megragadni az árfolyamok volatilitására jellemző erős perzisztenciát. Két AR(1) folyamat összege pedig leírható egy ARMA(2,1) modellel.

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

mind ferdesége, mind csúcossága közelebb van a normális eloszlásához. A lassan lecsengő autokorrelációk mutatják a folyamat perzisztenciáját. Ugyanakkor a folyamat stationer: mind az ADF, mind a Phillips-Perron teszt elutasítja az egységgyök nullhipotézisét, ezt a KPSS teszt is megerősíti.

Ezt figyelembe véve a GARCH modell előrejelzései mellett a tényleges volatilitás-idősorra (pontosabban annak logaritmusára) illesztett ARMA(2,1) modell előrejelzéseivel vetjük össze az implikált volatilitás teljesítményét. A GARCH modellhez hasonlóan a 2002. december 31. és 2005. május 25. közötti időszakra naponta 1 napos, 1 hetes (5 munkanap), 1 hónapos (21 munkanap) és 3 hónapos (63 munkanap) horizontra készítettünk előrejelzést.

A GARCH előrejelzésekhez hasonlóan az ARMA előrejelzések is ex ante mintán kívüli előrejelzések, ahol az adott napi előrejelzéseket a 2002. január 2-től az előrejelzés készítésének napjáig tartó mintán becsült modell alapján számítottuk.

A tényleges volatilitás logaritmusára vonatkozó előrejelzéseket a torzítatlanság megőrzése érdekében nem lehet közvetlenül átszámolva használni, azokat a következőképpen alakítottuk (napi) volatilitásra vonatkozó előrejelzéssé:

$$\widehat{V}_{t+j} = \exp \left[\ln(\widehat{\sigma}_{t+j}) + \frac{1}{2} \text{var}(\ln(\widehat{\sigma}_{t+j})) \right]$$

ahol \widehat{V}_{t+j} a t+j-edik napi volatilitásra vonatkozó előrejelzés, $\ln(\widehat{\sigma}_{t+j})$ a log-volatilitás előrejelzése, $\text{var}(\ln(\widehat{\sigma}_{t+j}))$ pedig annak varianciája.

4.2 Módszertan

Követve az implikált volatilitás információtartalmát vizsgáló empirikus irodalom döntő többségét, kétfajta regresszió segítségével elemezzük, hogy az opciókból számított volatilitás torzítatlan és (vagy) hatékony előrejelzője-e a tényleges volatilitásnak.

a. Az előrejelző-képesség és torzítatlanság tesztelése. A nemzetközi irodalom tapasztalatait követve mi is regressziós elemzés segítségével vizsgáljuk meg az implikált volatilitás előrejelző-képességét és torzítatlanságát (Day és Lewis [1992]). Amennyiben az implikált volatilitás a piaci szereplők jövőbeli volatilitásra vonatkozó várakozá-

sait tükrözi, és a szereplők várakozásai racionálisak, akkor a ténylegesen realizált volatilitás várható értéke megegyezik az implikált volatilitással, azaz

$$E[\sigma_{t,T} | \Phi_t] = IV_{t,T}$$

ahol Φ_t a t időpontban a piaci szereplők rendelkezésére álló információs halmaz. Definíció szerint a várható értéktől való eltérés várható értéke az adott információs halmaz mellett nulla:

$$\sigma_{t,T} = E[\sigma_{t,T} | \Phi_t] + \varepsilon_t, \quad E[\varepsilon_t | \Phi_t] = 0$$

A fenti két egyenletből következik, hogy ha kiinduló feltételezéseink igazak, akkor a tényleges és az implikált volatilitásra felírt alábbi lineáris regresszióban

$$\sigma_{t,T} = \alpha + \beta_1 \cdot IV_{t,T} + \varepsilon_t \quad (1)$$

a paraméterekre teljesülnie kell az $\alpha=0$; $\beta_1=1$ feltételnek.

Azt, hogy az implikált volatilitás rendelkezik-e előrejelző erővel a jövőben realizált árfolyam-volatilitásra vonatkozóan, az 1. egyenlet alapján felírt regressziók β_1 paraméterének szignifikanciája, illetve a regresszió magyarázó ereje (R^2) alapján tudjuk eldönteni. A torzítatlanság az $\alpha=0$; $\beta_1=1$ korlátozások tesztelésével vizsgálható.

b. A hatékonyság tesztelése. Amellett, hogy az implikált volatilitás torzítatlan (vagyis racionális) előrejelzője-e a tényleges jövőbeli volatilitásnak, azt is megvizsgáljuk, hogy az minden, az adott pillanatban rendelkezésre álló információt tartalmaz-e. A hatékonyság vizsgálatát a Fair és Shiller (1990) által javasolt „encompassing” regressziós elemzéssel végezzük el.

Mivel az előrejelzési hibára (ε_t) minden, racionális várakozáson alapuló előrejelzés esetében igaz, hogy az független az információs halmaztól – vagyis információs halmazban levő változókkal a hiba tovább nem magyarázható, tehát az előrejelzés nem javítható – az előbbi paraméterkorlátozásnak minden racionális előrejelzés esetében teljesülnie kell. Az információs halmaz „minősége”, a magában foglalt információk

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

mennyisége és jelentősége a regresszió magyarázó erejében tükröződik. Továbbá, ha két olyan előrejelzést együttesen vizsgálunk, ahol az egyik alapját képező információs halmaz részhalmaza a másikénak, tehát $F_{t,T}^1$ minden olyan információt is magában foglal, amit $F_{t,T}^2$, akkor $F_{t,T}^1$ ezen információs halmazt tekintve hatékony előrejelző, vagyis a tényleges volatilitás magyarázatában $F_{t,T}^2$ már nem játszik szerepet. Ez formálisan azt jelenti, hogy a

$$\sigma_{t,T} = \alpha + \beta_1 F_{t,T}^1 + \beta_2 F_{t,T}^2 + \varepsilon_t \quad (2)$$

regresszióban az $\alpha=0$; $\beta_1=1$; $\beta_2=0$ feltételnek kell teljesülnie.

Azt, hogy az implikált volatilitás és az alternatív előrejelzések közül melyik foglal magában több információt, az (1) egyenlet alapján felírt regressziók magyarázó erejét (R^2) összehasonlítva fogjuk megvizsgálni. Ezután pedig a (2) egyenlet alapján felírt regressziók együttthatóinak vizsgálatával arra keressük majd a választ, hogy az egyes előrejelzések tartalmazznak-e a *másikhoz képest* többletinformációt.

c. Módszertani problémák. Ahhoz, hogy az implikált volatilitás jól és torzítatlanul jelezze előre a jövőbeni volatilitást, két feltétel teljesülésére van szükség. Egyrészt az implikált volatilitásnak tükröznie kell a piaci várakozásokat. Mint azt a 2. fejezetben láttuk, számos olyan tényező van, ami miatt ez nincs feltétlenül így. Másrészt az is kell hozzá, hogy maguk a várakozások racionálisak legyenek. Elemzésünk ezt a két hipotézist együttesen teszteli, és negatív eredmény esetén nem tudjuk az ökonometriai eredmények alapján eldönteni, hogy az a kettő közül melyik hipotézis nem-teljesüléséhez köthető.

Az eredmények értékelésekor fontos, hogy a becslés során egymást átfedő idősoradatokkal van dolgunk. Az elemzést 4 különböző – 1 napos, 1 hetes, valamint 1 és 3 hónapos – horizonton végeztük el, napi és heti gyakoriságú adatok használatával. Ezért napi adatok használatakor minden 1 naposnál hosszabb, heti adatok használatakor minden 1 hetesnél hosszabb horizonton a regressziók hibatagjai autokorreláltak lesznek. Ugyanis napi adatok esetén például az 1 hetes horizontú tényleges jövőbeli volatilitás az 5 következő napi volatilitás összege, így az egymást követő megfigyelések – egészen a vizsgált horizont végéig – nem függetlenek egymástól, így az előrejelzési hibák sem lesznek függetlenek.

Ilyen esetben a paramétereknek a legkisebb négyzetek módszerével (OLS) végzett becslése ugyan továbbra is torzítatlan, de a kovarianciamátrix becslése nem az. Az autokorrelációnak azon túl, hogy adott horizontra vonatkozó várakozásokat, előrejelzéseket általában ennél rövidebb frekvencián megfigyelt adatok segítségével elemzünk, a volatilitás perzisztenciája is oka lehet. Ez kis mintában nem hatékony becslést, és – különösen a historikus előrejelzések esetében – felfelé torzított magyarázóerőt eredményezhet.¹³ Az irodalom két megoldást követ a probléma kezelésére. Egyik lehetőség a becslésnél az autokorreláció figyelembevétele a kovarianciamátrix megfelelő struktúráján keresztül, illetve a mintavétel gyakoriságának az előrejelzési horizontnak való megfeleltetése. Mivel a rendelkezésünkre álló minta nem elég hosszú ahhoz, hogy minden horizont esetében ez utóbbi megoldást válasszuk, az elemzést napi és heti gyakoriságú¹⁴ adatokon, a kovarianciamátrix korrigálásával végeztük. Azon esetekben, ahol a vizsgált horizont meghaladta a megfigyelések gyakoriságát, a Newey és West (1987) által javasolt konzisztensen becsült kovarianciamátrixot használtuk.

Egynapos horizonton nem áll rendelkezésünkre a piaci szereplők erre a horizontra vonatkozó várakozásait közvetlenül tükröző 1 napos implikált volatilitás, ezért ebben az esetben az elemzést a rendelkezésünkre álló két legrövidebb – 1 hetes és 1 hónapos – futamidejű implikált volatilitások segítségével végeztük. Az eredmények alapján levonható következtetések nem különböznek egymástól, így tanulmányunkban az 1 hónapos implikált volatilitás használatával kapott eredményeket mutatjuk be.¹⁵

További módszertani problémát jelent, hogy mint már korábban utaltunk rá, mind a függő változót (a tényleges volatilitást), mind a magyarázó változónkat, az implikált volatilitást mérési hibával tudjuk megfigyelni. Amennyiben ez a hiba nem független az információs halmaztól, a paraméterek OLS becslése torzított lesz. Ennek kezelésére a becslést az általánosított momentumok módszerével (GMM) is elvégeztük, a

¹³ Tőzsdei opciók vizsgálatánál további nehézséget okoz, hogy az opciók futamideje nem állandó, így az implikált volatilitás más-más időhorizontú előrejelzéseknek felel meg. Az idősorok ezen jellemzőinek figyelmen kívül hagyása jelentős torzításokat is okozhat, és a kvalitatív következtetéseket is megváltoztathatja. Christensen és Prabhala (1998) rámutat, hogy a korai irodalom részben ezért is találta, hogy az implikált volatilitásnak nincs információértalma a historikus előrejelzésekkel szemben.

¹⁴ A heti idősorokat a legkevesebb hiányzó megfigyelést eredményező, keddi adatokból képeztük.

¹⁵ A regressziók magyarázóereje mindkét esetben közel azonos volt, az 1 hónapos implikált volatilitás becsült paramétere valamivel közelebb volt 1-hez.

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

magyarázó változók késleltetett idősorát használva instrumentumként, azonban a módszertan változtatása eredményeinket, következtetéseinket érdemben nem befolyásolta.

4.3 Eredmények

a. Előrejelző-képesség és torzítatlanság. Az implikált volatilitás előrejelző-képességének és torzítatlanságának megállapítása érdekében az (1) egyenletbe a magyarázó változó helyére az implikált volatilitást, a függő változó helyére a ténylegesen realizált volatilitást helyettesítettük, és elvégeztük a becslést mind napi, mind pedig heti sűrűségű adatokra. Az eredményeket a 2. táblázat foglalja össze.

A vizsgált horizontok többségét tekintve az implikált volatilitás tartalmaz hasznos információt a jövőbeli tényleges volatilitással kapcsolatban, azonban nem torzítatlan előrejelző.

Az implikált volatilitás együtthatói egészen az 1 hónapos horizontig különböznek 0-tól. A modellek magyarázó ereje 40 és 17 százalék közötti. Mind napi, mind heti gyakoriságú adatokat tekintve megállapíthatjuk tehát, hogy az implikált volatilitás 1 hónapos

2. táblázat

A forint/euro implikált volatilitás előrejelző-képessége

Előrejelzési horizont	(napi adatok)			(heti adatok)		
	R ²	α	β_1	R ²	α	β_1
1 nap	0,37 (-2,24)	-1,24* (10,11)	0,75**	-	-	
1 hét	0,39 (2,22)	1,07* (7,93)	0,5**	0,37	1,14* (2,29)	0,49** (8,41)
1 hónap	0,18	2,53** (3,88)	0,34** (4,82)	0,17	2,54** (2,84)	0,33** (3,70)
3 hónap	0,00	5,08** (5,53)	0,05 (0,49)	0,00	5,19** (3,06)	0,03 (0,20)

A becsült paraméterekhez tartozó korrigált t-értékeket zárójelben tüntettük fel. Az 5%-on szignifikáns paramétereket *-gal, a 1%-on szignifikánsakat **-gal jelöltük.

horizontig magyarázó erővel bír. Három hónapos horizonton viszont az implikált volatilitás együtthatója már statisztikailag nem szignifikáns.

Az együtthatók az előrejelzési horizont növekedésével csökkennek, és minden esetben statisztikailag kisebbek 1-nél. A konstans általában – az 1 napos horizont kivételével – 5%-os szignifikanciaszinten különbözik 0-tól. A két paraméterre vonatkozó korlátozás együttes tesztelése minden esetben a torzítatlanság elvetését eredményezi. Az implikált volatilitás 1-nél kisebb együtthatója – az irodalom számottevő részével összhangban – azt mutatja, hogy az implikált volatilitás minden horizonton felfelé torzított előrejelzője a jövőbeli tényleges volatilitásnak.

Eredményeink függetlenek attól, hogy a becslést napi vagy heti adatokon végezzük-e, mind a paraméterek, mind a modellek magyarázó ereje mindkét esetben hasonló.

Érdeemes összehasonlítani a kapott eredményeket az irodalomban elérhető vizsgálatok adataival. A 3. táblázat bemutat néhány, különböző devizapárokra kapott eredményt.

A táblázat adataiból az látszik, hogy a rövidebb lejáratokon – 1 nap és egy hét – a magyar adatokra becsült regresszió magyarázóereje hasonló mértékű, mint az egyéb

3. táblázat

A becslések magyarázó-ereje (R^2) nemzetközi összehasonlításban

Forrás	Devizapár	R^2			
		1 nap	1 hét	1 hónap	3 hónap
Gereben és Pintér (2005)	forint/euró (napi adat)	0,37	0,39	0,18	0,00
Pong és szerzőtársai (2003)	dollár/font	0,39	0,38	0,4	0,19
	dollár/márka	0,45	0,44	0,34	0,17
	dollár/jen	0,43	0,42	0,46	0,4
Aguilar (1999)	svéd korona/márka	n. a.	0,3	0,35	0,19
	svéd korona/dollár	n. a.	0,16	0,33	0,23
	márka/dollár	n. a.	0,29	0,34	0,18
	ausztrál dollár/USA dollár	n. a.	0,37	0,52	0,54
Cincibuch és Bouc (2001)	cseh korona-euró	n. a.	n. a.	0,26-0,48	n. a.

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

devizapárookra kapott eredmények. 1 hónapos előrejelzési horizont mellett már megfigyelhető, hogy a becslés magyarázóereje a forint/euro opciók esetében a legalacsonyabb. A 3 hónapos időhorizonton pedig a – más országokban végzett vizsgálatok eredményeivel ellentétben – a forint/euro implikált volatilitás nem tartalmaz információt a jövőbeni volatilitásról.

Eredményeink azt jelzik tehát, hogy az implikált volatilitás információtartalma a hazai devizapiacra a futamidő növekedésével gyorsabban csökken, mint más piacokon. Ez valószínűleg annak tudható be, hogy a hazai devizaopciós piac viszonylag fiatal és fejletlen a táblázatban szereplő más devizákhoz képest, és az 1 hónapnál hosszabb lejáratú opciók likviditása, forgalma egyelőre túlságosan alacsony ahhoz, hogy az általunk is megfigyelhető jegyzett árak jól tükrözzék a piaci várakozásokat.

b. Hatékonyság, alternatív előrejelzések. Empirikus elemzésünk második lépéseként azt vizsgáljuk, hogy azokon a horizontokon, ahol az implikált volatilitás valamilyen mértékben képes előre jelezni a jövőbeli tényleges volatilitást, alternatív előrejelző modelleink tartalmaznak-e hozzá képest többletinformációt. Ennek megválaszolásához a (2) egyenlet alapján felírt „encompassing” regressziók együtthatóit vizsgáljuk. Az eredmények a 4. táblázatban láthatóak.

Az egynapos horizonton az ARMA modell előrejelzései bizonyultak a legjobbnak. Amennyiben ezen előrejelzések mellett a regresszióban akár az implikált volatilitás, akár a GARCH modell előrejelzései szerepelnek, azok együtthatója nem különbözik szignifikánsan 0-tól. Tehát az ARMA modell előrejelzésein felül sem az implikált volatilitás, sem a GARCH modell előrejelzései nem tartalmaznak olyan információt, amely segíthet a másnapi volatilitás előrejelzésében. A GARCH modell előrejelzéséhez képest ugyanakkor az implikált volatilitás tartalmaz többletinformációt, és a regresszióban az implikált volatilitás együtthatója magasabb. Ugyanakkor a GARCH modellel szemben sem igaz, hogy az implikált volatilitás önmagában tartalmazza minden információt, 5%-os szignifikanciaszinten mindkét változó együtthatója szignifikáns.

Az ARMA modell főlénye ezen a horizonton részben magyarázható lehet azzal, hogy az implikált volatilitás idősor nem a következő napi volatilitásra, hanem a következő 1 hónapos horizont átlagos volatilitására vonatkozó várakozásokat tükrözi. Továbbá az

1 napos horizonton a legjelentősebb az opciós piac viszonylagos illikviditásából fakadó torzítás is: számos esetben a jegyzett implikált volatilitások nem változnak egyik napról a másikra.

Az 1 hetes horizonton viszont az implikált volatilitás – heti adatokat tekintve – hatékony előrejelzőnek bizonyult, sem az ARMA, sem a GARCH modell előrejelzéseinek modell-

4. táblázat

Az implikált volatilitás előrejelzési hatékonysága – „encompassing” regressziók

Előrejelzési	R^2	α	β_1 (implikált)	β_2 (ARMA)	β_3 (GARCH)
1 nap	0,37	-1,24* (-2,24)	0,75** (10,11)		
	0,59	-1,13** (-3,24)		1,22** (14,77)	
	0,31	1,35** (4,39)			0,52** (10,09)
	0,60	-0,94* (-2,34)	-0,15 (-1,3)	1,42** (8,53)	
	0,39	0,03 (0,07)	0,47** (4,6)		0,15* (1,98)
	0,59	-1,12** (-3,18)		1,24** (10,77)	-0,02 (-0,23)
	0,60	-0,91* (-2,31)	-0,2 (-1,67)	1,41** (8,3)	0,06 (0,81)
1 hét	0,37	1,14* (2,29)	0,49** (8,41)		
	0,30	1,40** (3,25)		0,76** (7,89)	
	0,26	2,10** (3,87)			0,97** (5,21)
	0,37	0,98 (1,83)	0,40** (2,69)	0,19 (0,98)	
	0,36	1,00* (2,20)	0,44** (5,4)		0,12 (0,52)
	0,32	1,18* (2,35)		0,53** (4,65)	0,43 (1,93)
	0,36	0,97 (1,85)	0,37** (2,95)	0,18 (0,98)	0,08 (0,34)
1 hónap	0,17	2,54** (2,84)	0,34** (3,70)		
	0,17	3,03** (4,58)		0,46** (4,64)	
	0,10	3,18** (4,04)			1,32** (3,00)
	0,20	2,75** (4,06)	0,1 (0,61)	0,35 (1,89)	
	0,16	2,53** (2,83)	0,33* (2,50)		0,04 (0,08)
	0,16	2,87** (4,08)		0,41* (2,49)	0,26 (0,43)
	0,16	2,65** (3,05)	0,18 (0,90)	0,24 (0,95)	0,00 (0,00)
3 hónap	0,00	5,08** (5,53)	0,05 (0,49)		
	0,04	4,52** (5,78)		0,19 (1,74)	
	0,01	6,40** (4,90)			-0,27 (-0,76)

A becsült paraméterekhez tartozó korrigált t-értékeket zárójelben tüntettük fel. Az 5%-on szignifikáns paramétereket *-gal, a 1%-on szignifikánsakat **-gal jelöltük.

A forint/euro implikált volatilitás információtartalma...

be való beillesztése nem javítja az előrejelzéseket, együttthatóik semmilyen szokásos szignifikanciaszinten nem különböznek 0-tól.

Az 1 hónapos horizonton a GARCH modell előrejelzései – ugyancsak heti adatokat tekintve – sem az ARMA modell előrejelzéseihez, sem az implikált volatilitáshoz képest nem tartalmaznak többletinformációt. Míg az utóbbi előrejelzések mind önmagukban, mind a GARCH előrejelzésekkel együtt magyarázóerővel bírnak, együttesen szerepeltetve őket a regresszióban egyik együtttható sem lesz szignifikáns. Ez a két előrejelzés erős korrelációjára, nagyon hasonló információtartalmára utal.

A 3 hónapos időhorizonton, ahol az implikált volatilitás nem rendelkezik szignifikáns magyarázóerővel, az alternatív előrejelzések közül az ARMA előrejelzés teljesít jobban.

Összességében elmondható, hogy az implikált volatilitás a legtöbb időhorizonton nem hatékony előrejelzője a jövőbeni volatilitásnak, így annak előrejelzéséhez az implikált volatilitás mellett a napon belüli adatokból számolt historikus volatilitásbecsléseket – különösen az ARMA modell alapján számolt mutatót – is érdemes figyelembe venni. Mindez összeeseng az irodalom által közölt eredményekkel.

5. Végső következtetések

Mind a nemzetközi irodalom eredményei, mind pedig az általunk a hazai adatokon elvégzett vizsgálatok azt sugallják, hogy a Black-Scholes implikált volatilitás hasznos előrejelzője lehet a jövőbeni volatilitásnak, különösen a devizapiacokon. Bár torzított előrejelző, és nem feltétlenül tartalmaz minden múltbeli információt, az mindenképpen megállapítható, hogy az implikált volatilitás megváltozása arra utal, hogy a jövőben várhatóan meg fog változni a tényleges volatilitás is.

A Black-Scholes implikált volatilitás természetesen nem „tökéletes” indikátor, és korlátait az alkalmazások során figyelembe kell venni. Egyrészt a hazai, kevésbé fejlett opciós piacokon a hosszabb lejáratú opciókból számolt mutatók információtartalma egyelőre még alacsony. Másrészt, mivel értéke felfelé torzít, ezt a torzítást korrigálni kell akkor, amikor a jövőben várt volatilitás szintjét kívánjuk előrejelezni. Harmadrészt a jövőbeni volatilitás hatékony előrejelzéséhez az implikált volatilitás mellett érdemes figyelni a napon belüli árfolyamadatokból származó információkat is.

Az implikált volatilitás változásainak helyes értelmezésében nagy segítséget nyújt, ha figyelembe vesszük a tanulmány másodig fejezetében bemutatott lehetséges torzító tényezőket, melyek az implikált volatilitás számításához használt Black-Scholes modell egyszerűsítő feltételezéseiből fakadnak. Ezek a torzító tényezők alkalmanként ugyanis anélkül is változást okozhatnak az implikált volatilitás értékében, hogy a piac által a jövőbeli árfolyam-bizonytalanságra vonatkozó várakozásai megváltoztak volna. A forint/euro opciók piacán különösen az árfolyamsáv megléte, az időnként magas kamatvolatilitás, illetve az alacsony likviditás miatti torzító hatások olyanok, melyek alkalmanként nagymértékben hathatnak az implikált volatilitás szintjére. A torzító hatásokat befolyásoló tényezőket tehát mindenképpen figyelembe kell venni akkor, amikor az implikált volatilitás változásaiból következtetéseket vonunk le.

Irodalom

Aguilar, J. (1999), „GARCH, implied volatilities and implied distributions: an evaluation for forecasting purposes”, *Sveriges Riksbank Working Paper* No. 88.

Aït-Sahalia, Y. és A. Lo (2000), „Nonparametric risk management and implied risk aversion”, *Journal of Econometrics*, Vol. 94, 9-51.

Aït-Sahalia, Y. és P. A. Mykland (2003), „How often to sample a continuous-time process in the presence of market microstructure noise”, *NBER Working Paper* 9611.

Alizadeh, S., M. Brandt és F. X. Diebold (2002), „Range-based estimation of stochastic volatility models”, *Journal of Finance* Vol. 57, 1047-1091.

Andersen, T. G. és T. Bollerslev (1998), „Answering the skeptics: yes standard volatility models do provide accurate forecasts”, *International Economic Review*, Vol. 39, 885-905.

Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold és P. Labys (2001), „The distribution of exchange rate volatility”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 96, 42-55.

Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold és P. Labys (2003), „Modeling and forecasting realized volatility”, *Econometrica*, Vol. 71, 579-625.

Backus, D., S. Foresi, K. Li és L. Wu (1997), Accounting for biases in Black-Scholes, kézirat, *Stern School of Business*, New York University.

Bahra, B. (1997), „Implied Risk-neutral Probability Density Functions From Option Prices: Theory and Application“ *Bank of England Working Paper* No 66

Bandi, F. M., és J. R. Russel (2004), „Microstructure noise, realized volatility, and optimal sampling”, *Econometric Society 2004, Latin American Meetings 220*, Econometric Society.

Barndorff-Nielsen, O. E. és N. Shephard (2004), „Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps”, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 2, 1-36.

Bates, D. S. (1996), „Testing Option Pricing Models”, in G.S. Maddala and C. R. Rao, (szerk.), *Statistical Methods in Finance (Handbook of Statistics, v. 14)*, Amsterdam, Elsevier, 567-611.

Bates, D. S. (2001), „The Market for Crash Risk”, *NBER Working Papers* No. 8554.

Magyar Nemzeti Bank

Bates, D. S. (2003), „Empirical Option Pricing: A Retrospection”, *Journal of Econometrics* Vol 116, 387-404.

Bertola, G. és L. E. O. Svensson (1993), „Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target-Zone Models”, *Review of Economic Studies*, Vol. 60, No. 3, 689-712.

Bertola, G. és R. J. Caballero (1992), „Target Zones and Realignment”, *American Economic Review*, Vol. 82, No. 3, 520-36.

BIS (2005), *Central Bank Survey of Foreign Exchange and Derivatives Market Activity 2004 – Final Results*, Bank for International Settlements, Monetary and Economic Department.

Black, Fischer és Myron S. Scholes (1973), „The pricing of options and corporate liabilities”, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, 637-654.

Blair, B. J., S. Poon és S. J. Taylor (2001), „Forecasting S&P 100 volatility : the incremental information content of implied volatilities and high frequency index returns”, *Journal of Econometrics* 105, 5-26.

Bliss, R. és N. Panigirtzoglou (2001), „Recovering risk aversion from options”, *Federal Reserve Bank of Chicago Working Paper* No. 2001-15

Brandt, M. és F. X. Diebold (2003), „A no-arbitrage approach to range-based estimation of return covariances and correlation (second version)”, *PIER Working Paper* No. 03-013.

Breuer, P. (2003), *How Does the Volatility Risk Premium Affect the Informational Content of Currency Options?*, kézirat.

Campa, J. M. és K. P. H. Chang (1998), „ERM Realignment Risks and Its Economic Determinants as Reflected in Cross-Rate Options”, *The Economic Journal*, Vol. 108, No. 449, 1046-1066.

Canesso de Andrade, S. és B. M. Tabak (2001), „Is it worth tracking dollar-real implied volatility?”, *Banco Central do Brasil Working Paper*, 2001. március.

Canina, L. és S. Figlewski (1993), „The informational content of implied volatility”, *Review of Financial Studies* 6, 659-681.

Christensen, B. J. és C. Strunk Hansen (2002), „New Evidence on the Implied-Realized Volatility Relation”, *European Journal of Finance* 8, 187-205.

Christensen, B. J. és N. R. Prabhala (1998), „The relation between implied and realized volatility”, *Journal of Financial Economics* 50, 125-150.

- Christoffersen, P. és S. Mazzotta (2004), „The informational content of over-the-counter currency options”, *ECB Working Paper* No. 366.
- Cincibuch, M. és P. Bouc (2001), „Interpretation of Czech FX options”, *CNB Working Paper* No. 36.
- Corrado, C. J. és T. Miller (2004), „The forecast quality of CBOE volatility indexes”, *Journal of Futures Markets* (forthcoming).
- Cox, J., J. Ingersoll, és S. Ross (1985), „An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices”, *Econometrica*, Vol. 53, 363-384.
- Csávás Cs. és Gereben Á. (2005), „Hagyományos és egzotikus opciók a magyar devizapiacra”, *MNB Műhelytanulmányok* 35.
- Day, T. és C. Lewis (1992), „Stock market volatility and the information content of stock index options”, *Journal of Econometrics*, Vol. 52, 267-287.
- De Jong, F., F. C. Drost és B. J. M. Werker (2001), „A Jump-Diffusion Model for Exchange Rates in a Target Zone”, *Statistica Neerlandica*, Vol. 55, 269-299.
- Duan, J. C. (1995), „The GARCH Option Pricing Model”, *Mathematical Finance*, Vol. 5, 13-32.
- Ederington, L. H. és W. Guan (2002), „Is Implied Volatility an Informationally Efficient and Effective Predictor of Future Volatility?” *The Journal of Risk*, Vol. 4, No. 3, 29-46.
- Fair, R. C. és R. J. Shiller (1990), „Comparing information in forecasts from econometric models”, *American Economic Review* Vol. 80, 375-389.
- Fleming, J. (1998), „The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices”, *Journal of Empirical Finance* 5, 317-345.
- Fleming, J. (1999), „The economic significance of the forecast bias of S&P 100 index option implied volatility”, *Advances in Futures and Options Research* 10, 219-251.
- Franke, G., R. C. Stapleton és M. G. Subrahmanyam (1998), „Who Buys and Who Sells Options: The Role of Options in an Economy with Background Risk”, *Journal of Economic Theory*, 82, 89-109.
- Frennberg, P. és B. Hansson (1996), „An Evaluation of Alternative Models for Predicting Stock Volatility: Evidence From a Small Stock Market”, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 5, 117-134.

Magyar Nemzeti Bank

Gallant, R., C-T. Hsu és G. Tauchen (1999), „Using daily range data to calibrate volatility diffusions and extract the forward integrated variance”, *The Review of Economics and Statistics* 81, 617-631.

Gereben Á. (2002), „Extracting market expectations from option prices: an application to over-the-counter New Zealand dollar options”, *Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper Series DP2002/04*.

Gonzalez Perez, M. T. (2004), „Información contenida en la Volatilidad Implícita del IBEX-35”, az Universitat Pompeu Fabra XII. Foro de Finanzas konferenciára benyújtott előzetes verzió.

Hull J. és A. White (1987), „The pricing of options on assets with stochastic volatilities”, *Journal of Finance*, Vol. 42, 281-300.

Jackwerth, J. C. (2000), „Recovering Risk Aversion from Option Prices and Realized Returns”, *Review of Financial Studies*, Vol. 13, No. 2, 433-51.

Jorion, P. (1995), „Predicting volatility in the foreign exchange market”, *Journal of Finance* 50, 507-528.

Koopman, S. J., B. Jungbacker, E. Hol (2004), „Forecasting Daily Variability of the S&P 100 Stock Index using Historical, Realised and Implied Volatility Measurements”, *Tinbergen Institute Discussion Papers* 04-016/4.

Krugman, P. (1991), „Target zones and exchange rate dynamics”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 56, 669-682.

Lamoureux, C. G. és W. D. Lastrapes (1993), „Forecasting stock-return variance: toward an understanding of stochastic implied volatilities”, *Review of Financial Studies* 6, 293-326.

Malz, A. M. (1995), „Currency Option Markets and Exchange Rates: A Case Study of the U.S. Dollar in March 1995”, *Current Issues in Economics and Finance, Federal Reserve Bank of New York*, Vol. 1, No. 4.

Malz, A. (1997), „Option-implied Probability Distributions and Currency Excess Returns”, *Federal Reserve Bank of New York, Staff Report No. 32*.

Martens, M. és J. Zein (2004), „Predicting financial volatility: high-frequency timeseries forecasts vis-à-vis implied volatility”, *Journal of Futures Markets* Vol. 24, No. 11, 1005-1028.

- Melick, W. és Thomas, C. (1997)**, „Recovering an Asset's Implied PDF from Option Prices: An application to Crude Oil During the Gulf Crisis”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* Vol. 32, 91-115.
- Merton, R. C. (1973)**, „Theory of rational option pricing”, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1, 141-183.
- MNB (2004)**, *Jelentés a pénzügyi stabilitásról*, 2004. december.
- MNB (2005)**, *Jelentés az infláció alakulásáról*, 2005. február.
- Neely, C. J. (2002)**, „Forecasting foreign exchange volatility: why is implied volatility biased and inefficient? And does it matter?”, *Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper*, 2002-107D.
- Newey, W. K. és K. D. West (1987)**, „A simple positive-definite heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix”, *Econometrica* 55, 703-708.
- Pong, S., M. B. Shackleton, S. J. Taylor és X. Xu (2004)**, „Forecasting currency volatility: a comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models”, *Journal of Banking and Finance* 28, 2541-2563.
- Poon, S. H. és C. W. J. Granger (2003)**, „Forecasting volatility in financial markets: a review”, *Journal of Economic Literature* Vol. 41, 478–539.
- Poteshman, A. M. (2000)**, „Forecasting future volatility from option prices”, AFA 2001 New Orleans.
- Rubinstein, M. (1994)**, „Implied Binomial Trees”, *Journal of Finance*, Vol. 49, 771-818.
- Svensson, L. E. O. (1991)**, „Target zones and interest rate variability”, *Journal of International Economics*, Vol. 31. No. 1-2, 27-54.
- Tabak, B. M., E. J. Chang és S. Canesso de Andrade (2002)**, „Tracking Brazilian Exchange Rate Volatility”, *Econometric Society 2004 Far Eastern Meetings* 487, Econometric Society.
- Taylor, S. J. és X. Xu (1995)**, „Conditional volatility and the informational efficiency of the PHLX currency options markets”, *Journal of Banking and Finance* 19, 803-821.
- Taylor, S. J. és X. Xu (1997)**, "The incremental volatility information in one million foreign exchange quotations" *Journal of Empirical Finance* 4, 317-340.

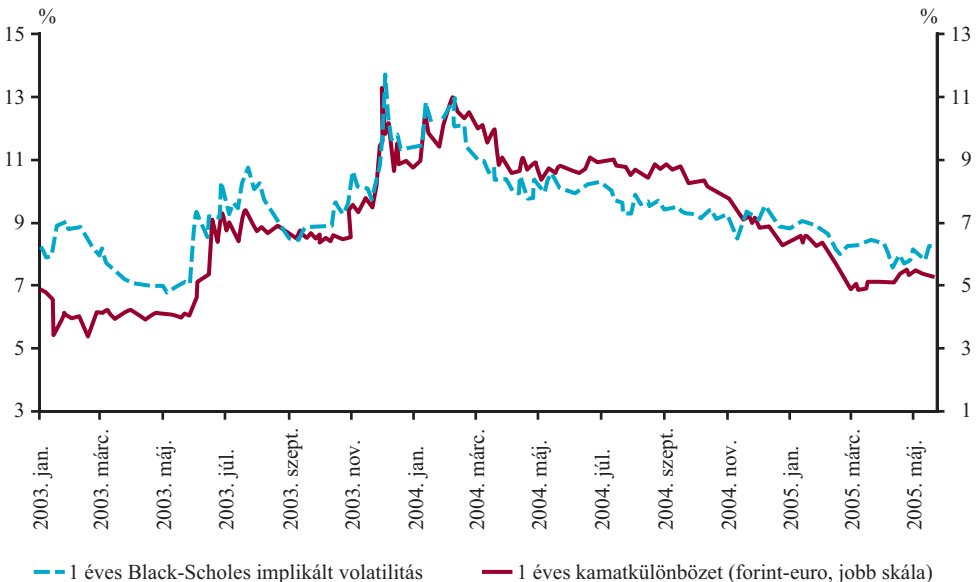
1. függelék

2003 során az MNB két alkalommal is (2003. június és 2003. december) nagymértékű kamatemelést hajtott végre. A rövid kamatok szintje – és azokkal együtt az euro-forint kamatkülönbözet – mindkét esetben hirtelen megemelkedett. Az időszak során az forint-euro árfolyamának implikált volatilitása láthatólag együttmozgott a kamatkülönbözettel (1. ábra). Felmerül tehát a gyanú, hogy a forint-euro implikált volatilitásának értékét az adott időszakban valamilyen módon befolyásolta, torzította a kamatok, illetve a kamatkülönbözet nagymértékű változása. Elképzelhető, hogy az implikált volatilitás megemelkedése az adott időszakban csak részben köszönhető az árfolyam alakulására vonatkozó bizonytalanság növekedésének, és a növekmény egy része a kamatkülönbözet megváltozásának tudható be.

Az alábbiakban megvizsgáljuk, hogy ha Merton modellje alapján korrigáljuk a hagyományos, Black-Scholes képlettel számolt implikált volatilitást, akkor mennyiben ka-

2. ábra

Kamatkülönbözet és implikált volatilitás



punk más képet az árfolyam jövőbeni bizonytalanságára vonatkozó várakozások alakulásáról.

Merton modellje kibővíti az eredeti Black-Scholes modellt, és megnézi, hogyan alakul a részvényopciók ára, ha a kamatláb – illetve a kockázatmentes kamatot fizető kötvény ára – nem konstans, hanem sztochasztikus folyamatot követ. Legyen egy elemi T időpontban 1 egységet fizető kötvény t időpontbeli értéke $P(t, T)$. Ha a T időpontig elvárt hozam – $R(t, T)$ – ismert, akkor $P(t, T) = e^{-R(t, T)}$. Tegyük fel, hogy $P(t, T)$ az alábbi sztochasztikus folyamatot követi:

$$\frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = \mu_p dt + \sigma_p dz_p$$

ahol dz_p egy Wiener-folyamat. A Black-Scholes modell többi feltevését megtartva Merton megmutatta, hogy a részvényekre szóló (call) opciók ára ekkor az alábbi képlet alapján számítható:

$$c = SN(d_1) - P(t, T)XN(d_2), \text{ ahol}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) - \ln P(t, T) + \hat{\sigma}^2 (T-t)/2}{\hat{\sigma} \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \hat{\sigma} \sqrt{T-t}, \text{ és}$$

$$\hat{\sigma}^2 = (\sigma_S^2 + \sigma_P^2 - 2\rho\sigma_S\sigma_P) \quad (F1.1)$$

A fenti képletben ρ az elemi kötvény és a részvényárfolyam azonnali korrelációja, σ_S a részvényárfolyam volatilitása, σ_P pedig a részvényárfolyam volatilitása. A Merton-képlet, mint látjuk nagyon hasonló a Black-Scholes képlethez. Eltérés egyedül a volatilitás számításában van: a Merton képletben a volatilitás értéke mind a részvényhozamok, mind pedig az elemi kötvény hozamának volatilitásától, illetve a két hozam korrelációjától is függ.

A Merton-képlet devizaopciókra is könnyen kiterjeszthető. Mivel a devizaopciók számításánál a kamat helyett a kamatkülönbözet határozza meg a diszkonttényezőt, az

elemi kötvényt ebben az esetben egy olyan kötvénnyel kell helyettesíteni, amelynek értéke a kamatkülönbözettől függ. A volatilitás képletében az árfolyamvolatilitásnak a kamatkülönbözetet fizető kötvény volatilitásával korrigált értéke szerepel.

Ezek szerint ha az eredeti Black-Scholes képlet alapján implikált volatilitást ($\hat{\sigma}$) számítunk, akkor az így kapott mutató valójában az alábbi három tényező függvénye:

1. A várt árfolyam-volatilitás (a „tényleges” implikált volatilitás, σ_S);
2. A kamatprémium – illetve egy kamatprémiumot fizető zérókupon-kötvény – volatilitása (σ_P); és
3. Az árfolyam és a kamatprémium hozamának korrelációja (ρ).

Ha tehát a 2. és 3. tényező értéke nem elhanyagolható, akkor a Black-Scholes képletből számolt implikált volatilitás torzított előrejelzője a tényleges árfolyam-volatilitásnak. Első lépésként számszerűsítsünk egy egyéves fiktív kamatkülönbözet-kötvény hozamalakulását. A zérókupon-hozamgörbék segítségével az egyéves kamatkülönbözet idő-sora egyszerűen számítható. A kamatkülönbözetekből pedig a fiktív kötvény árfolyamát a $P=e^{-rt}$ képlet alapján kaphatjuk meg.

Kíséreljük meg az (F1.1) képlet alapján megtisztítani a BS-implikált volatilitás-mutatót a kamatkülönbözet-volatilitás és a korreláció hatásától. A Black-Scholes modell alapján számított implikált volatilitás ($\hat{\sigma}$) ismert. Sajnos mivel a kamatkülönbözetre vonatkozó opciók nem léteznek a piacon, így a kamatkülönbözet-kötvény volatilitását a historikus volatilitással számszerűsítettük. A kamatkülönbözet-kötvény és az árfolyam korrelációját (ρ) szintén a historikus korreláció alapján számítottuk.

A képlet alapján a historikus kötvényvolatilitást behelyettesítve

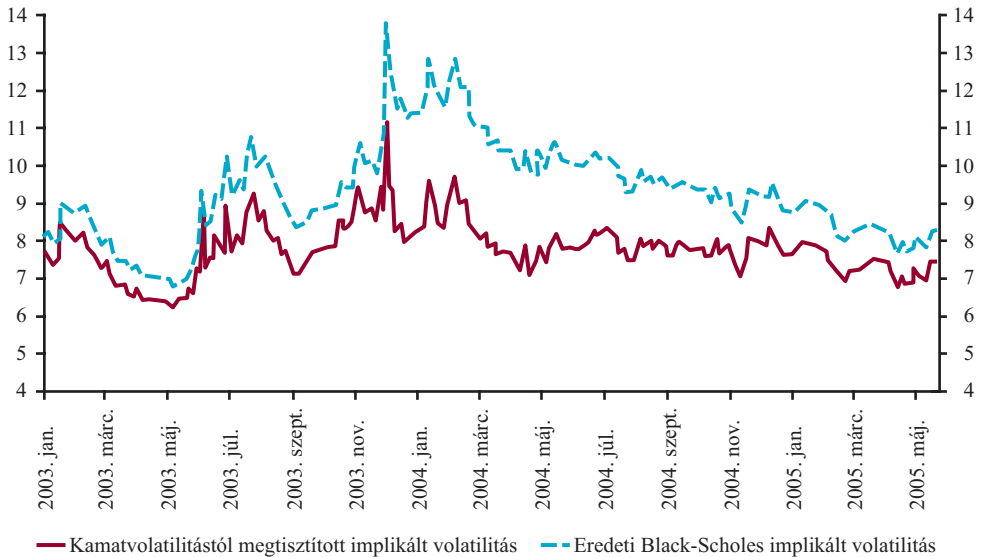
$$\hat{\sigma}^2 = \left(\sigma_S^2 + \sigma_{P,hist}^2 - 2\rho\sigma_S\sigma_{P,hist} \right)$$

ahol $\hat{\sigma}$ a megfigyelt BS implikált volatilitásnak tekinthető. A korreláció és a historikus kötvényvolatilitás értékét behelyettesítve a kamatvolatilitás-hatástól megtisztított implikált volatilitás (σ_S) értéke meghatározható.

¹⁶ A historikus volatilitást és a korrelációt exponenciálisan súlyozott mozgóátlaggal (EWMA) számoltuk, $\lambda=0,99$ -es súllyal.

3. ábra

Az eredeti és a megtisztított implikált volatilitás



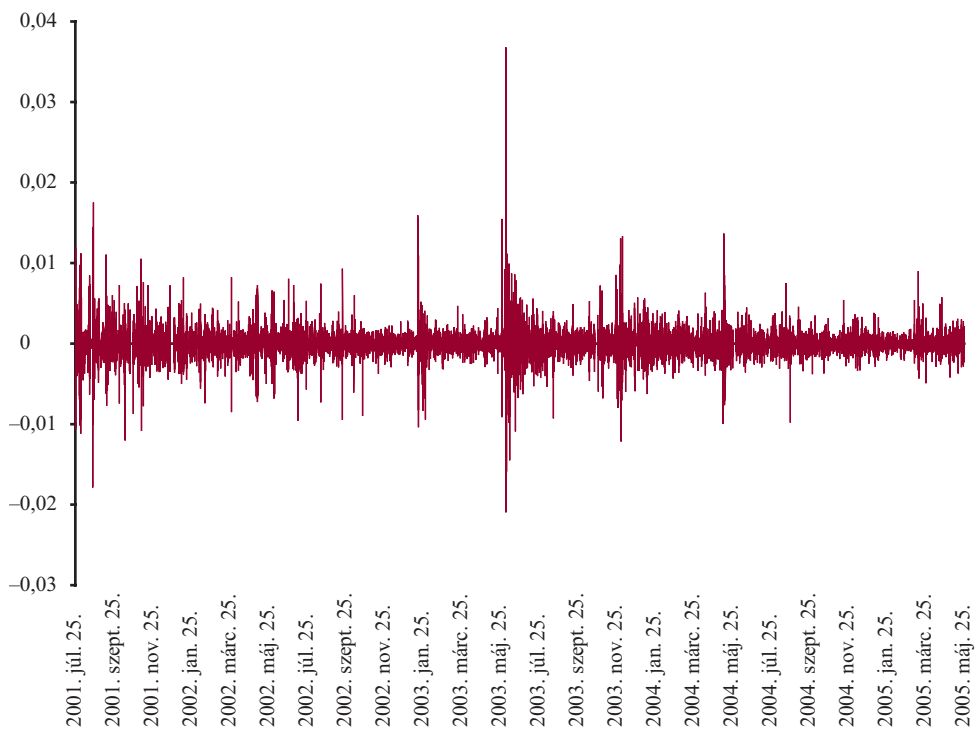
Látható, hogy a Merton-modell alapján „megtisztított” implikáltvolatilitás-mutató számottevően alacsonyabb várt volatilitásértéket jelez, mint a Black-Scholes-féle érték. A különbség főként akkor jelentős, amikor nagymértékű kamatlépésekre került sor, azaz a kamatok volatilitása megnőtt.

Mindezek alapján úgy tűnik, a Black-Scholes implikált volatilitás a kamatszint nagy változásainak idején számottevő mértékű torzítást szenvedhet a megnövekedett kamatvolatilitás miatt. Az implikált volatilitás mint a jövőbeni árfolyam-bizonytalanság mutatójának értelmezésekor ezt érdemes figyelembe venni, és adott esetben egy, a kamatvolatilitás hatásától megtisztított transzformáltját használni.

2. függelék

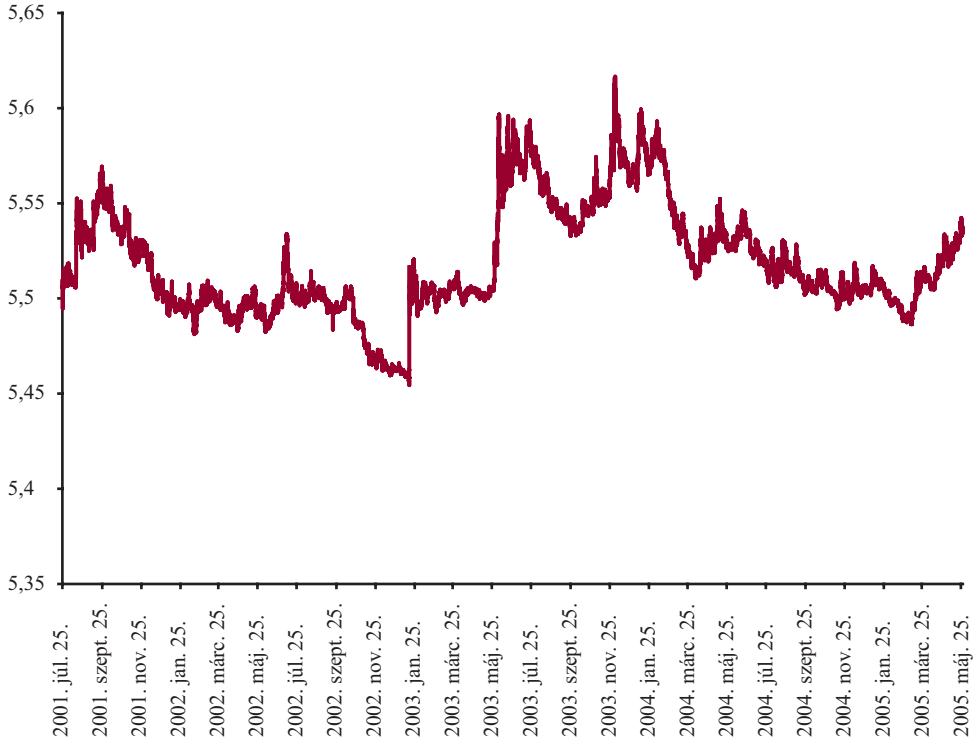
4. ábra

30 perces log-hozamok



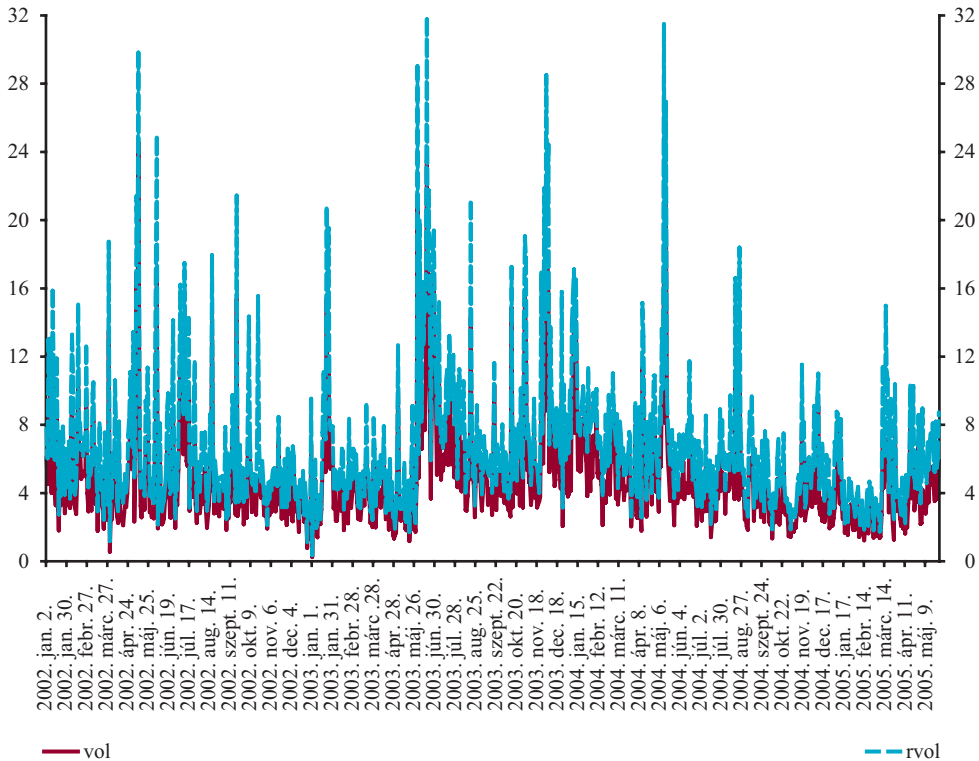
5. ábra

A 30 percenkénti árfolyam logaritmus



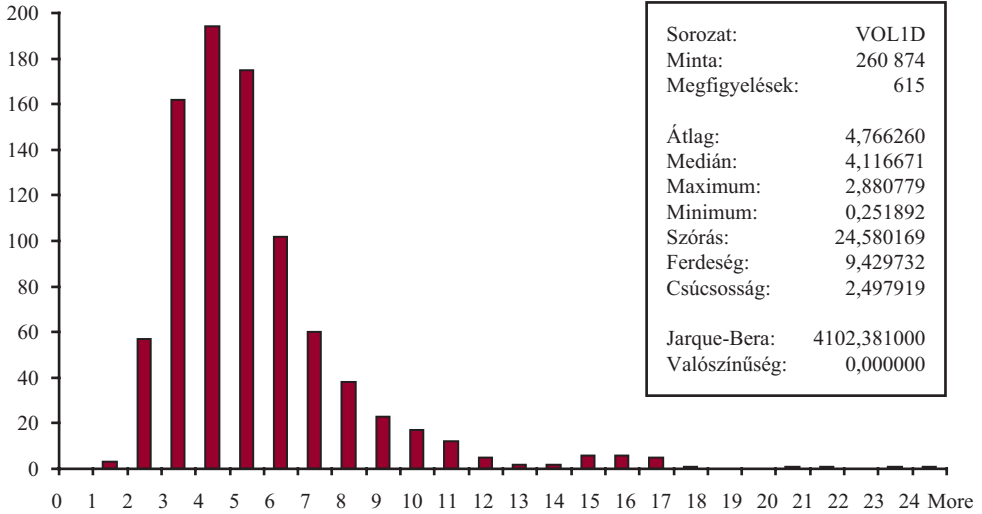
6. ábra

Realizált volatilitás és „bipower variation“



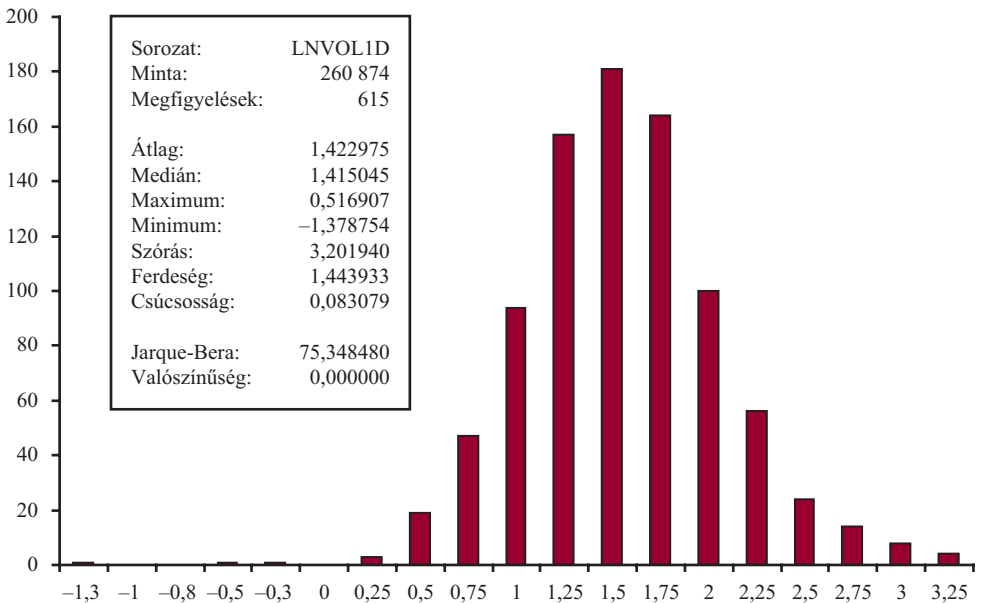
7. ábra

A napi realizált volatilitás leíró statisztikái



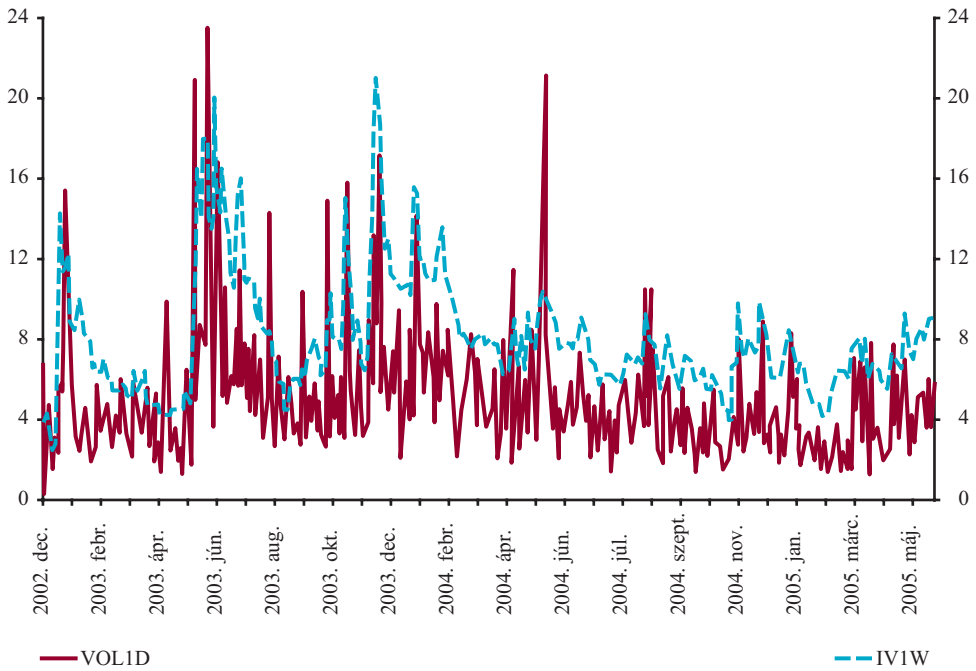
8. ábra

A napi realizált volatilitás logaritmusának leíró statisztikái

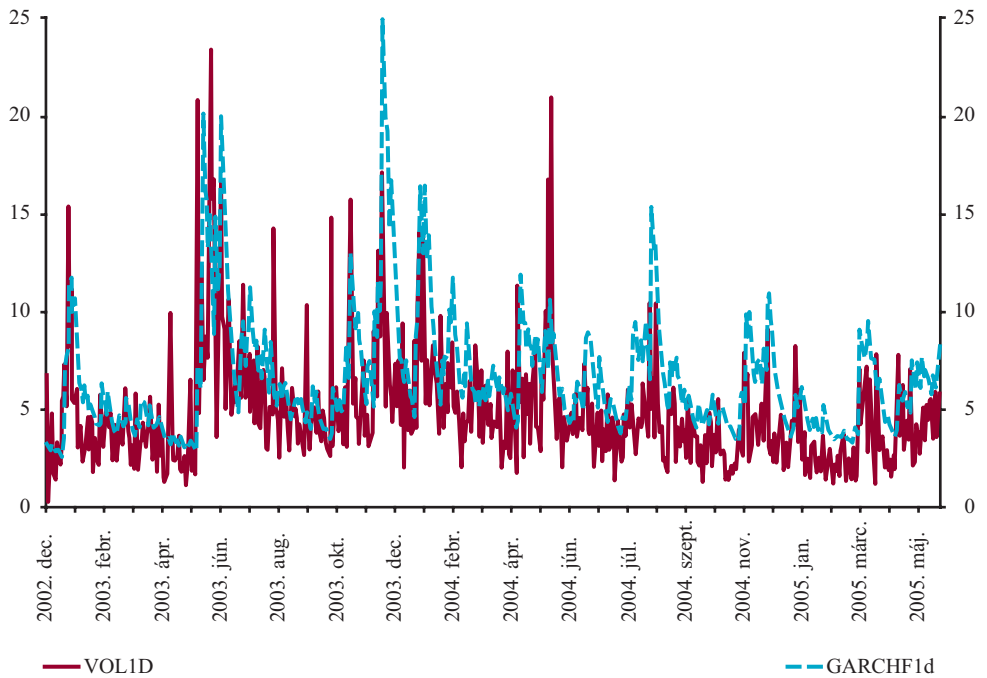
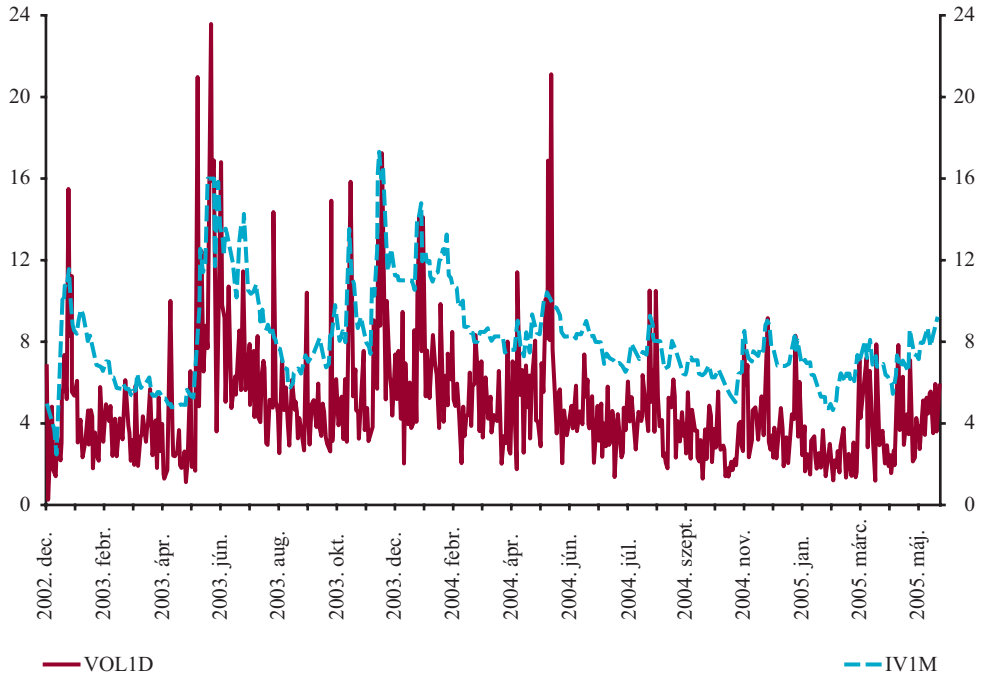


9. ábra

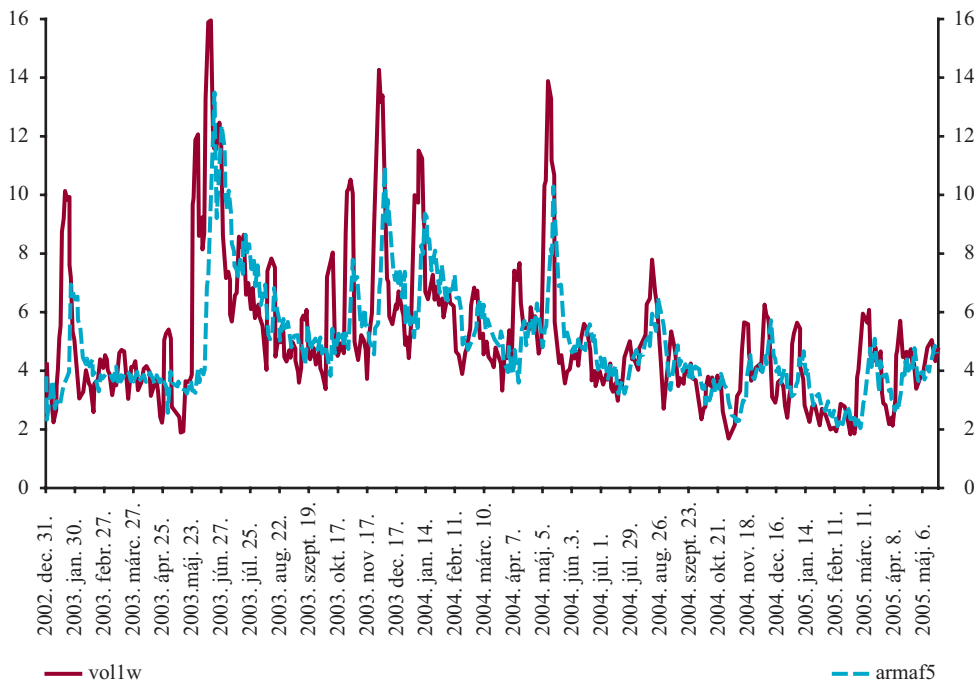
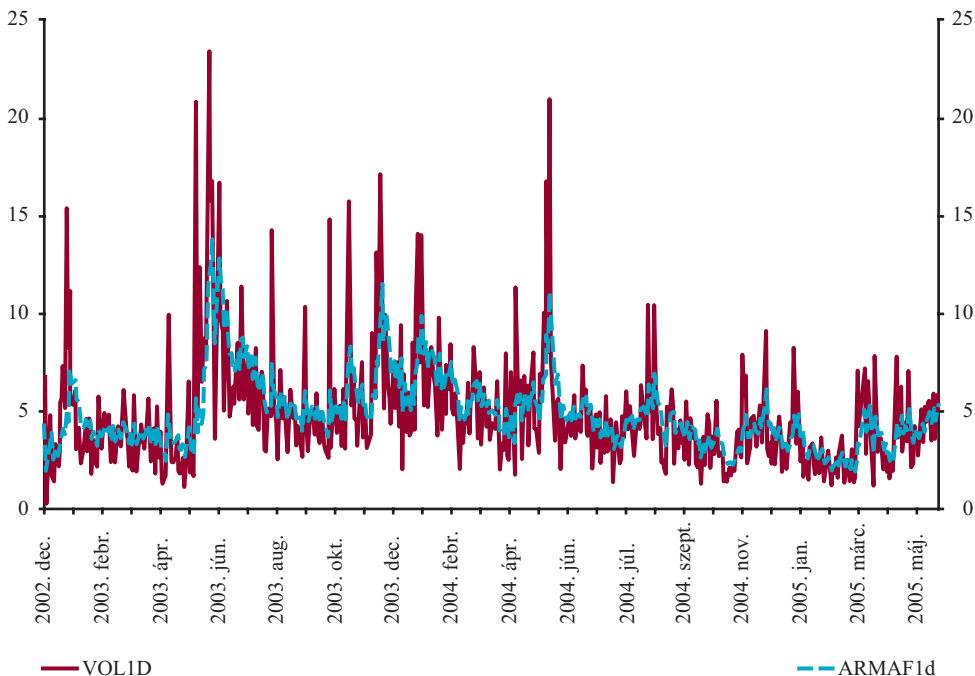
A tényleges jövőbeli volatilitás és az alternatív előrejelzések 1 napos, 1 hetes, 1- és 3 hónapos horizonton



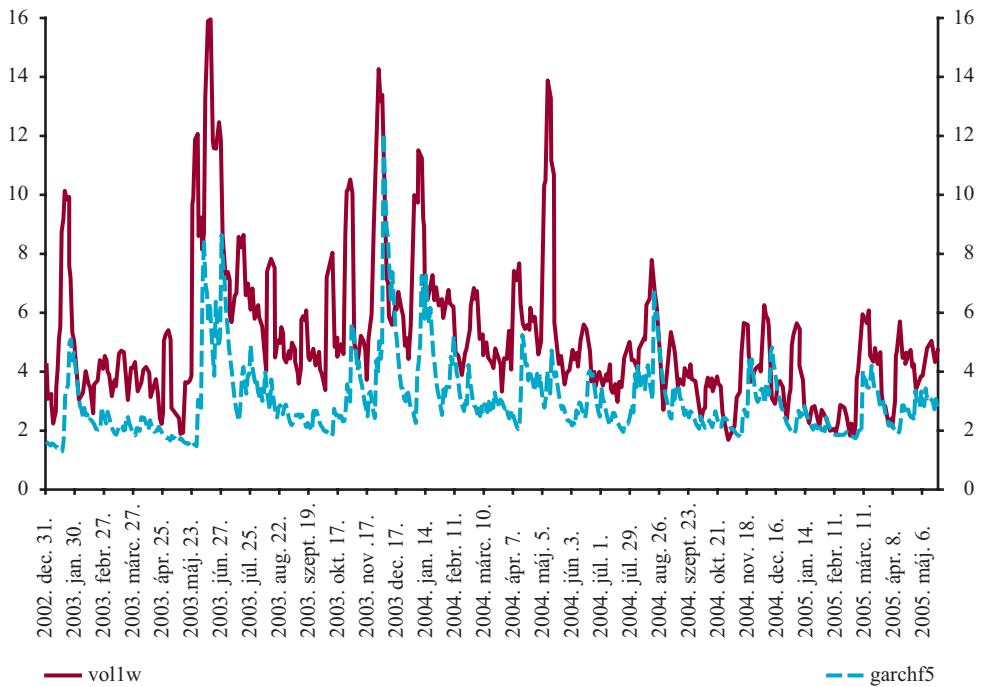
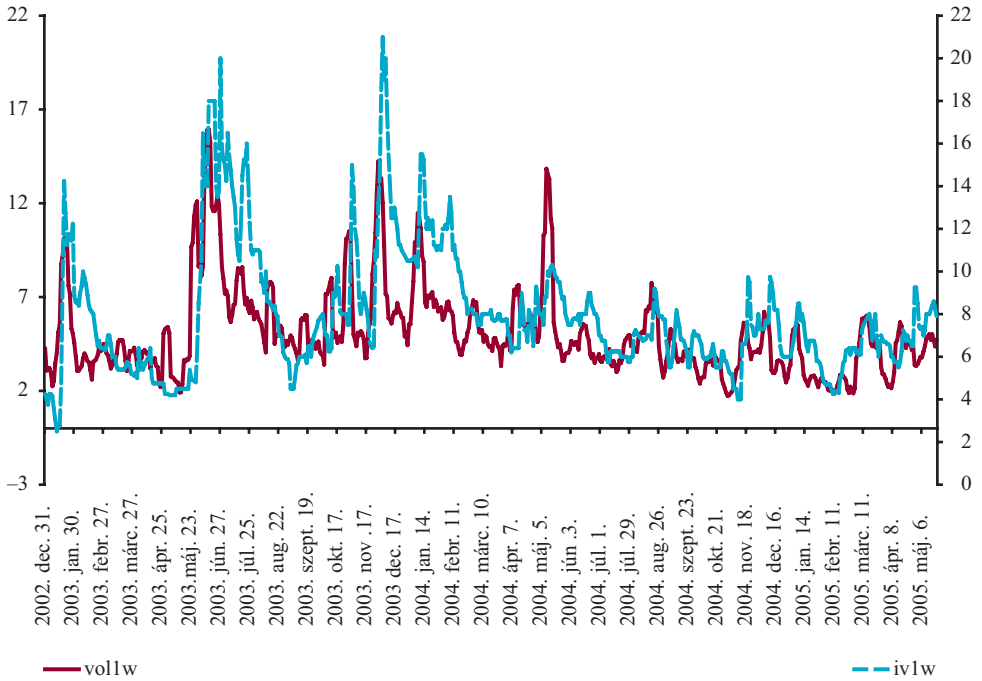
2. függelék



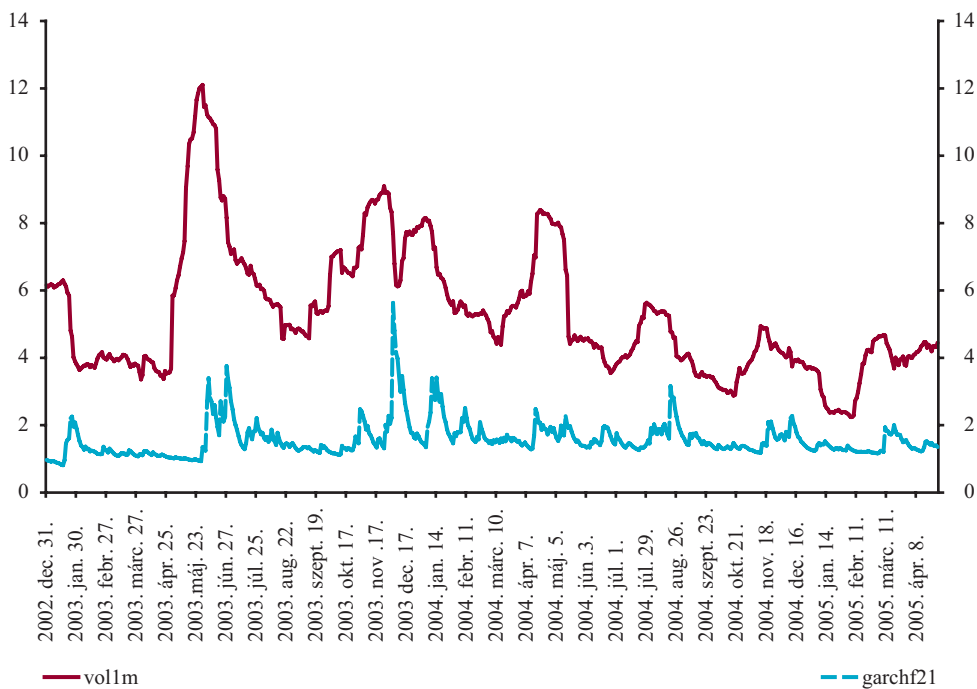
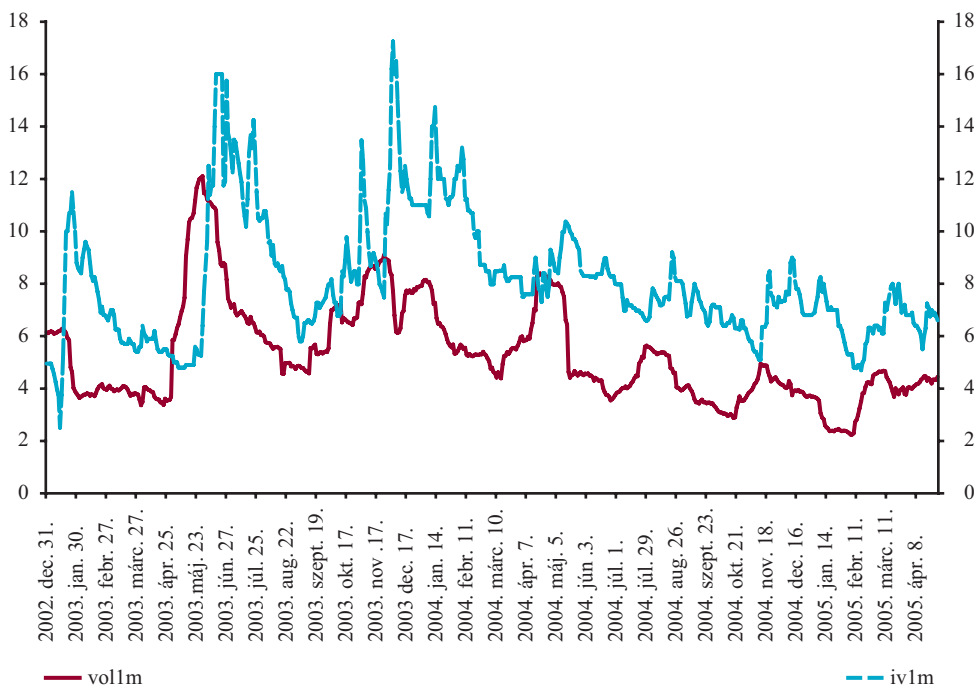
Magyar Nemzeti Bank



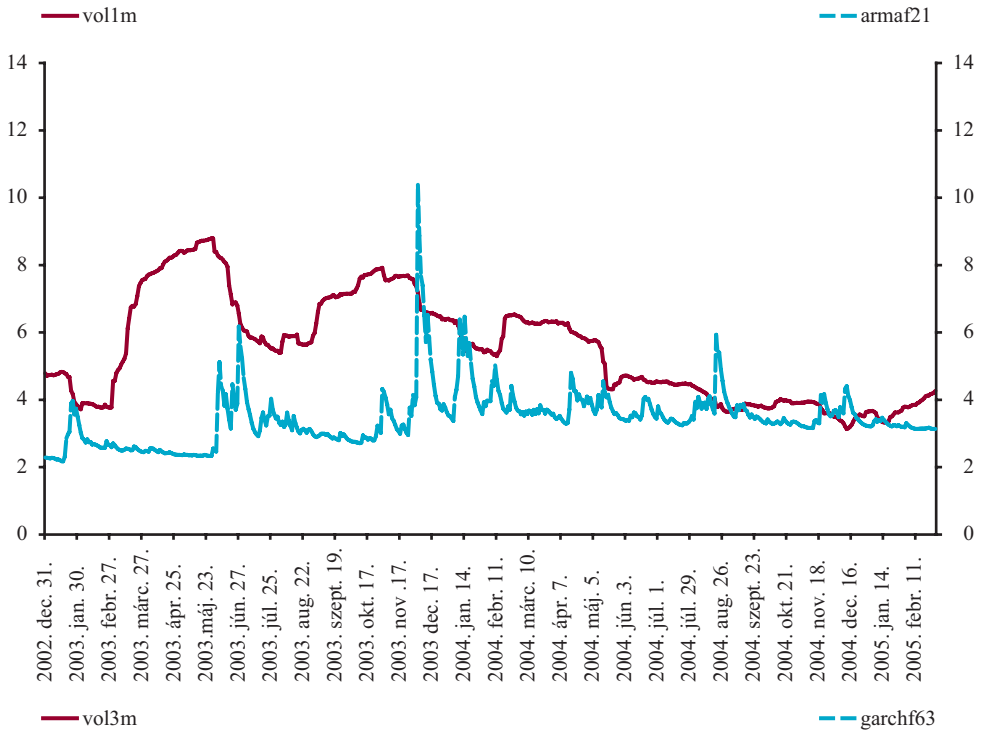
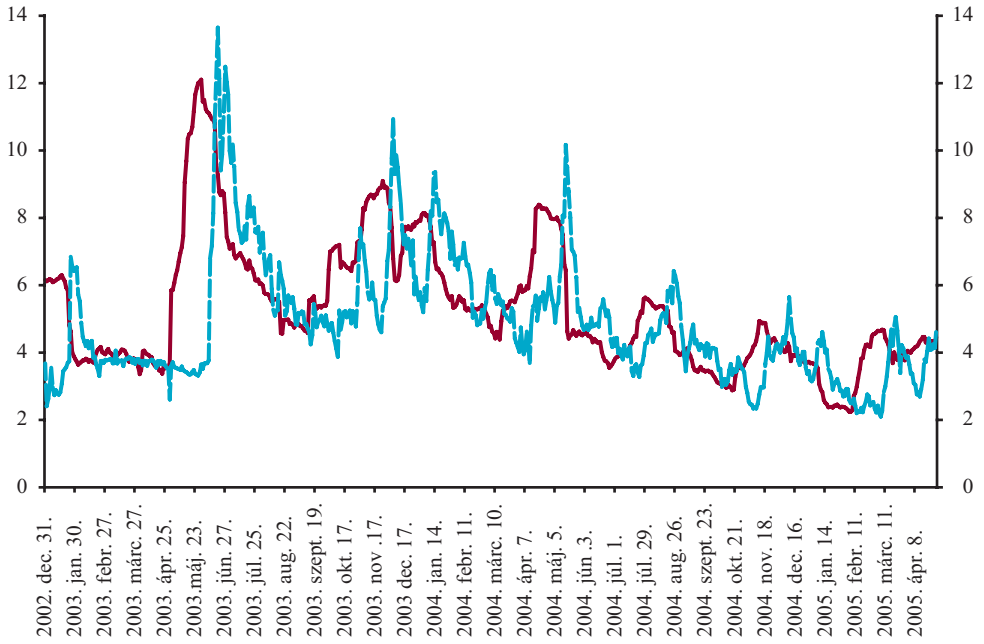
2. függelék



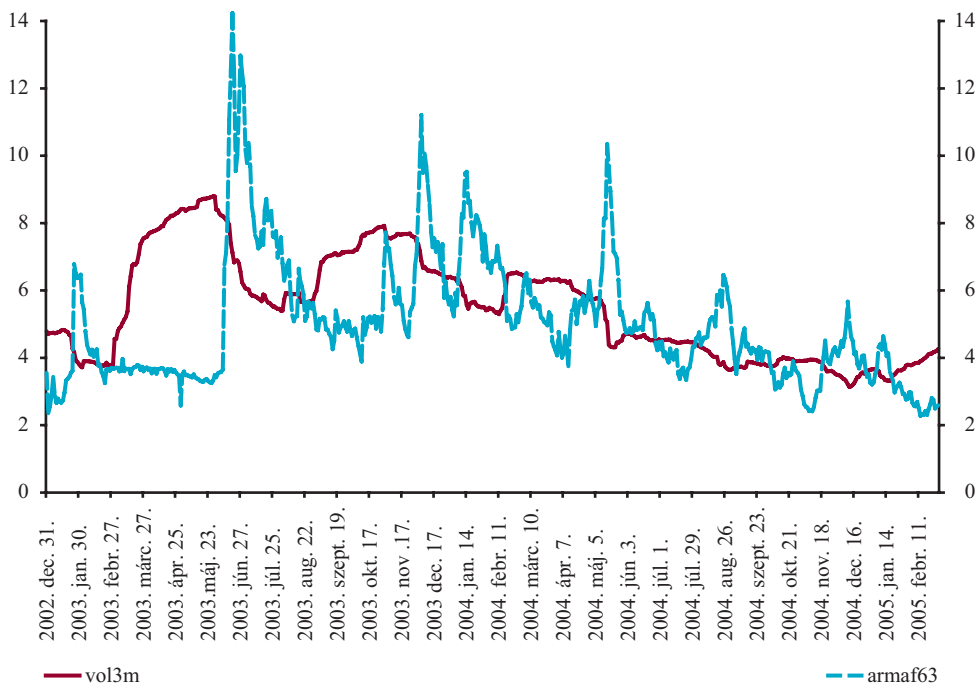
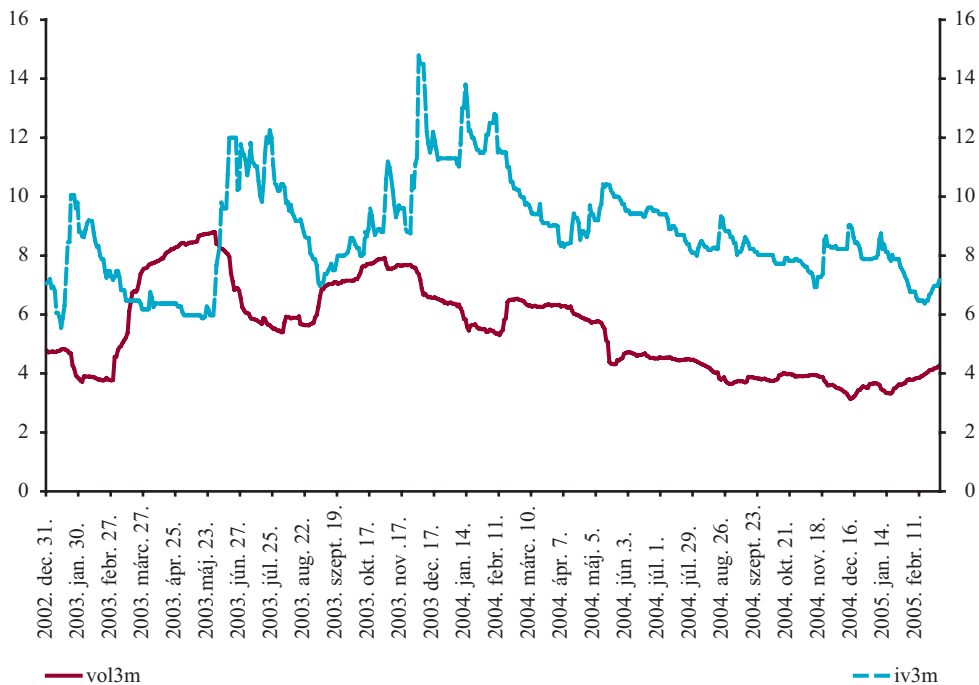
Magyar Nemzeti Bank



2. függelék



Magyar Nemzeti Bank



MNB Műhelytanulmányok 39.

2005. május

Nyomda: D-Plus

H-1033 Budapest, Szentendrei út 89-93.

