IBNR számítási módszerek áttekintése

Prokaj Vilmos
email: Prokaj.Vilmos@pszaf.hu

1. Kifutási háromszög

Év	1	2	3	4	5
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$	$X_{1,4}$	$X_{1,5}$
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$	$X_{2,4}$	$X_{2,5}$
3	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$	$X_{3,3}$	$X_{3,4}$	$X_{3,5}$
4	$X_{4,1}$	$X_{4,2}$	$X_{4,3}$	$X_{4,4}$	$X_{4,5}$
5	$X_{5,1}$	$X_{5,2}$	$X_{5,3}$	$X_{5,4}$	$X_{5,5}$

Ismert a felső háromszög (kék) és ebből szeretnénk az alsót megbecsülni (zöld). Az adatok: károk, károk tételes függőkár tartalékkal, kárszámok, stb.

C kummulált adatokat jelöl.

FS
Back
Close

2. Lánclétra

Bizonyos módszerek csak a kártapasztalatot használják: pl. lánclétra és annak különböző változatai, mások a kockázatnak kitettséget is figyelembe veszik, pl. a tiszta díj, vagy az élő szerződések számával.

Mindegyik módszer célja az, hogy az adott időszak teljes kárkifizetésére adjon becslést.

A becslés során két alapvető feltevést használunk.

(1) Ha U_i az $i.$ év összkára és $C_{i,j}$ az i év káraira az $i + j - 1.$ év végéig kifizetett kárösszeg, akkor

$$E(U_i | C_{i,1}, \ldots, C_{i,k}) = d_k C_{i,k} = \left\{ \prod_{j \geq k} f_j \right\} C_{i,k}$$

(2) Az egyes évek szerződéseiből származó kötelezettségek független módon viselkednek.

A károk kifutását a $C_{i,k+1}/C_{i,k}$ láncszem hányadosok segítségével becsüljük.

$$\hat{f}_{k,\alpha} = \frac{\sum_i w_{i,k} C_{i,k}^{\alpha} \frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}}{\sum_i w_{i,k} C_{i,k}^{\alpha}}$$

Itt $\alpha = 0, 1, 2$ $w_{i,k}$ az aktuárius által választott súlyozó tényező tegyük fel, hogy ez 1.

(a) $\alpha = 0$ a közönséges átlagolás,

(b) $\alpha = 1$ a klasszikus lánclétra módszer,

(c) $\alpha = 2$ lineáris regresszió konstans tag nélkül.

Mindhárom eset mögött, a láncszem hányadosok szórására vonatkozó feltétel áll. A legkisebb szórású becslést abban az esetben adja

(a) $\alpha = 0$, ha a

$$D^2\left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}|C_{i,j},\ j \le k\right) = \frac{\sigma_k^2}{C_{i,k}^2}$$

(b) $\alpha = 1$, ha a

$$D^2\left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}|C_{i,j},\ j \le k\right) = \frac{\sigma_k^2}{C_{i,k}}$$

(c) $\alpha = 2$, ha a

$$D^2\left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}|C_{i,j},\ j \le k\right) = \sigma_k^2$$

feltevés teljesül.

Ezek az összefüggések segíthetnek a módszer kiválasztásában, ugyanis az egyes esetekre vonakozó feltevések az

$$\frac{C_{i,k+1} - C_{i,k}\hat{f}_{k,\alpha}}{C_{i,k}^{\alpha/2}} \qquad C_{i,k}$$

párok grafikus ábrázolásával vizsgálható. Akkor fogadható el a vonatkozó feltevés, ha az kapott ábrában nem fedezhető fel trend, az „véletlenszerű”.

A fenti becslések további elemzése megtalálható: Thomas Mack, Measuring the variability of chain ladder reserve estimates.

3. Lineáris modell

Feltevés: $Y_{i,j} = \ln X_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{i,j}$, ahol $\varepsilon_{i,j}$ normális eloszlású hiba, és α, β a bekövetkezés és a bejelentés évének hatását írja le. Ez egy lineáris modell, amiből egyszerűen kapható becslés a μ, α_i, β_j paraméterekre.

Gond: az eddigi módszerek nem képesek kezelni a késleltetett kárkifutást, pl. szakmai felelősség, ahol az első években akár nem is jelentenek be kárt, vagy csak nagyon keveset.

4. Kockázatnak kitettséget felhasználó módszerek

Ezek a módszerek a következő összefüggésre épülnek:

(i) $U_i = C_{i,k} + R_{i,k}$, ahol $R_{i,k}$ az i. év káraira az $i+k-1$. évben képzett IBNR tartalék,

(ii) $R_{i,k} = q_k U_i$.

(iii) U_i becsülhető az adott év díjából, vagy az adott év elő szerződéseinek a számából, felhasználva díjszámítást és a korábbi évek kártapasztalatát, ha van ilyen. Ezt a becslést $U_{i,0}$ jelöli.

Ezek kombinálásával kapjuk az alábbi módszereket:

(1) Naív kárhányad módszer, (i) és (iii) egybevetéséből. $R_{i,k}^{N} = U_{i,0} - C_{i,k}$.

(2) Bornhuetter-Ferguson módszer, (ii) és (iii) egybevetéséből. A q_k faktorokat a korábbi évek tapasztalata alapján pl. kifutási háromszöget használva becsülhetjük. $R_{i,k}^{BF} = q_k U_{i,0}$.

(3) Iterált Bornhuetter-Ferguson, Gunnar Benktander, Esa Horvinen, Walter Neuhaus módszer. Az i év teljes kárkifizetését a $U_{i,0}$ és $U_{i,CL}$ konvex (credibility) keverékeként becsüljük, és ezt használjuk a Bornhuetter-Ferguson módszerben.

$$U_{i,c} = cU_{i,CL} + (1-c)U_{i,0}.$$

Minél többet ismerünk a végső kárból annál inkább bízhatunk a lánclétra módszerben ezért Benktander a $c = 1 - q_k$

választást javasolta, amivel

$$U_{i,c} = \underbrace{(1 - q_k)U_{i,CL}}_{C_{i,k}} + \underbrace{q_k U_{i,0}}_{R_{i,k}^{BF}} = U_{i,BF}$$

azaz

$$R_{i,k}^{GB} = q_k U_{i,BF}.$$

Itt a Bornhuetter-Ferguson módszerből kapott tartalékból a végső kárfelhasználást számoljuk, majd az így kapott U értékből számítjuk a tartalékot. Ezen iterációs lépések számát minden határon túl növelve a lánclétra becsléshez jutunk vissza.

(4) Cape Cod. A károk kifutási háromszögéből a fejlődési arányszámokat megbecsüljük. A már ismertté vált összkár és a díjakból számított „elméleti” kárnagyság aránya adja a módszerben felhasznált kárhányadot. Ezek után az U_i értékek a díjakból számíthatóak és $R_{i,k} = q_k U_i$.

5. Stabilitás vizsgálat

(1) Utolsó év, vagy évek adatait elhagyva megismételjük a tartalék becslést, és összevetjük az eredményeket. A figyelembe vett évekre kapott tartalék és a tárgyévben bejelentett károk összege, hogyan viszonyul a teljes adatsor alapján az előző évekre kapott tartalékhoz.

(2) Szórás kalkulációja, konfidencia intervallum a tartalékra, (további feltevések szükségesek az eloszlásra). A szórásra adható eloszlásmentes formula, lásd T. Mack.

(3) Bootstrap, azaz pszeudo minta generálása az adatsorból. Ha lánclétra módszert használunk, akkor ez pl. azt jelentheti, hogy az $C_{i,j}$ kummulált adatok és $p_k = 1 - q_k$ lag faktorok által becsült $\hat{C}_{i,j}$ adatok különbségét vesszük. Az utolsó diagonálisban nullákat kapunk. A többi különbségből ismételten mintát veszünk aminek segítségével egy pszeudo kifutási háromszöget kapunk. Abból a tartalékot megbecsüljük. Ezt az eljárást elég sokszor megismételve a tartalék eloszlásának közelítését kapjuk, amiből például konfidencia intervallum adható a szükséges tartalékra.