



PÉNZÜGYI SZERVEZETEK
ÁLLAMI FELÜGYELETE
HUNGARIAN FINANCIAL
SUPERVISORY AUTHORITY

Korrigált tartalékmutatók módszertana

Verziószám: 1.0

Tartalom

Elméleti háttér	3
I.1. Bevezetés	3
I.2. Tartalékmutatók és korlátaik.....	3
I.3. A tartalékmutatók korrigálásának alap gondolata.....	6
I.4. Háttér, paraméterek	7
I.4.1. Ideális tartalékarány	7
I.4.2. Ideális átlagarány	10
I.4.3. Ideális IBNR arány	12
I.4.4. Biztosítónkénti ideális kárgyakoriságok	13
I.5. Tovább lépési irányok	14
I.5.1. Negyedéves mutatók	14
I.5.2. Érzékenységvizsgálat, megbízhatósági szintek	14
I.5.3. További korrekciók	15
I.5.4. Összevont függőkár-tartalék mutató	16
I. Tartalékmutatók technikai leírása	16
II.1. Korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám	16
II.2. Korrigált tételes függőkár-tartalék / bruttó díj.....	19
II.3. Korrigál egy függőkérra jutó átlagos tételes függőkártartalék	21
II.4. Korrigált IBNR tartalék / állomány-darabszám.....	22
II.5. Korrigált IBNR tartalék / bruttó díj	23
II.6. Továbbkorrigált korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutató ..	23
II.7. Továbbkorrigált korrigált IBNR tartalék / állomány-darabszám mutató	25
1. számú melléklet – tartalékmutató-értékek és grafikonjai.....	26
2. számú melléklet - díjosztályonkénti átlagos tárgyévi kárnagyságok időszora	29

Elméleti háttér

I.1. Bevezetés

A Pénzügyi Szervezetek Állami Felügyelete (a továbbiakban Felügyelet) kulcsfontosságú feladatai közé tartozik a biztosítók tartalékmegfelelőségének értékelése. Ennek első lépéseként a standard felügyeleti adatszolgáltatás alapján megbízhatóan kiszűrni azokat a biztosítókat, melyek tartalékai a jövőben nagy valószínűséggel nem bizonyulnak majd elégségesnek. Ennek érdekében olyan indikátor(ok)at kell(ene) létrehozni, ami(k) a megbízhatóan jelzi(k), ha egy biztosítónál tartalékhiány lép fel, és ami standard felügyeleti adatszolgáltatás adataiból előállítható.

A továbbiakban tartalék alatt mindig a költségrészek és a viszontbiztosítás figyelembe vétele nélküli (azaz költség értelemben nettó, vb értelemben bruttó) tartalékot kell érteni.

Tehát a tartalékot a jövőbeni bruttó kárkifizetések fedezetére kell képezni; a jelenlegi szabályok szerint a jövőbeni kárkifizetések „prudens várható értékében¹”; a Szolvencia II keretein belül várható jelenérték + kockázati pótlék mértékben. A továbbiakban a jelen biztosítói gyakorlattal összhangban a tartalékra, mint a jövőbeni bruttó kárkifizetések várható értékére kell gondolni.

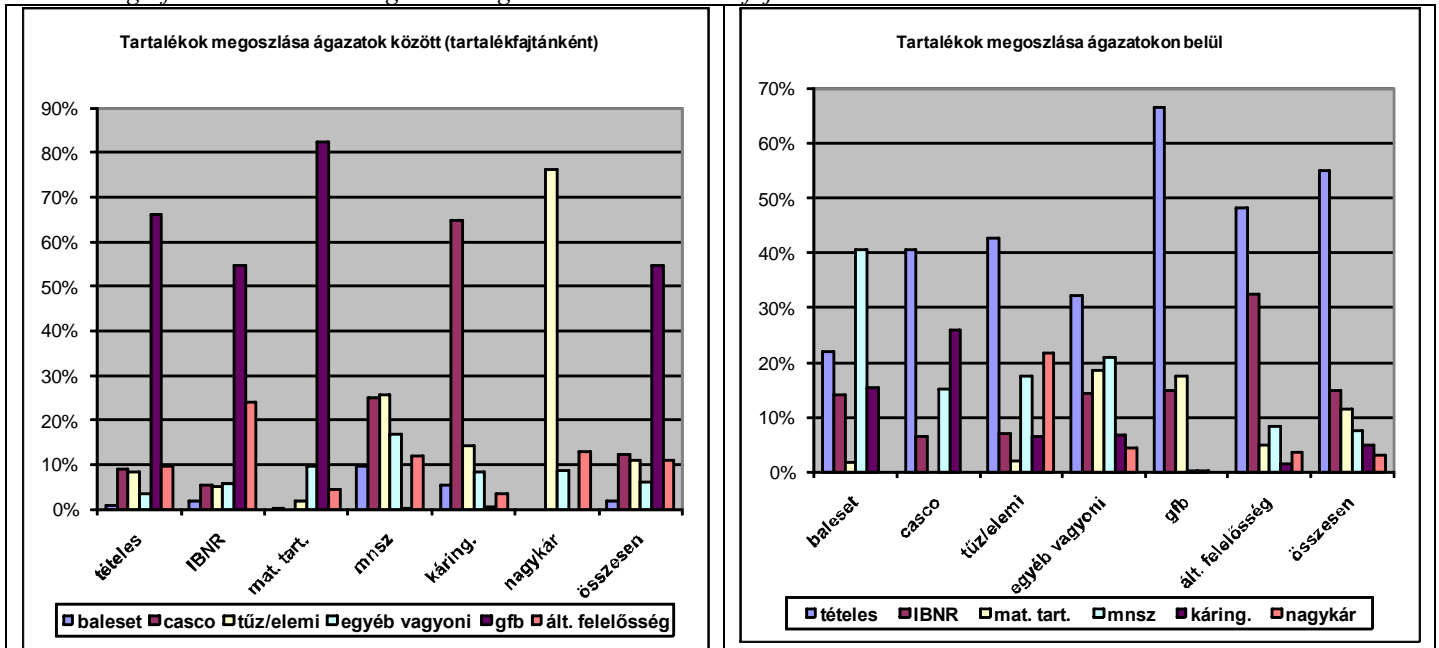
Várható értéket természetesen csak akkor lehetne számolni, ha ismernénk az egyes szerződések/károk káralakulásának eloszlását. Ennek hiányában 100%-os biztonsággal (a legszélsőségesebb esetektől eltekintve) egyetlen tartalékértékre sem lehet állítani, hogy az megfelelő vagy nem megfelelő; még utólag sem, mert ha a prudens várható értéknél számottevően kevesebb tartalékot képzett egy biztosító, de valamilyen véletlen folytán az mégis elégségesnek bizonyult, attól még az adott pillanatban a tartalék nem volt megfelelő.

I.2. Tartalékmutatók és korlátaik

A normál, globális tartalékmutatók (melyek a biztosító összes tartalékát viszonyítják pl. a díjhoz vagy állomány nagysághoz) a fenti cél megvalósítására alkalmatlanok, mert az összes tartalékban sokféle ágazat sokféle tartaléka összegződik, és az egyes ágazatoknak igen eltérő a tartalékigénye mind összességében, mind tartalékfajtanként. A következő két grafikon ezt szemlélteti.

¹ A függőkár-tartalékok diszkontálását „tiltja” a Bit. 124.§ (2) c) pontja, mely alapján a diszkontálás előtti és a diszkontált érték különbözetét le kell vonni a szavatoló tőkéből.

1. grafikon: Tartalékok megoszlása ágazatonként és tartalékfajtánként



Mindezek alapján megbízható tartalékmutatóra csak egy homogén portfólió egy adott tartalékfajtája esetén van esély.

A standard felügyeleti adatszolgáltatások csak ágazati bontásban tartalmazzanak adatokat, így csak olyan ágazatokra van esély a fenti célokat kielégítő tartalékmutatókat előállítani, amelyek (viszonylag) homogének. A jelentős nem élet ágazatok közül a gfb, azon belül a kgfb, illetve a casco tekinthető ilyennek.

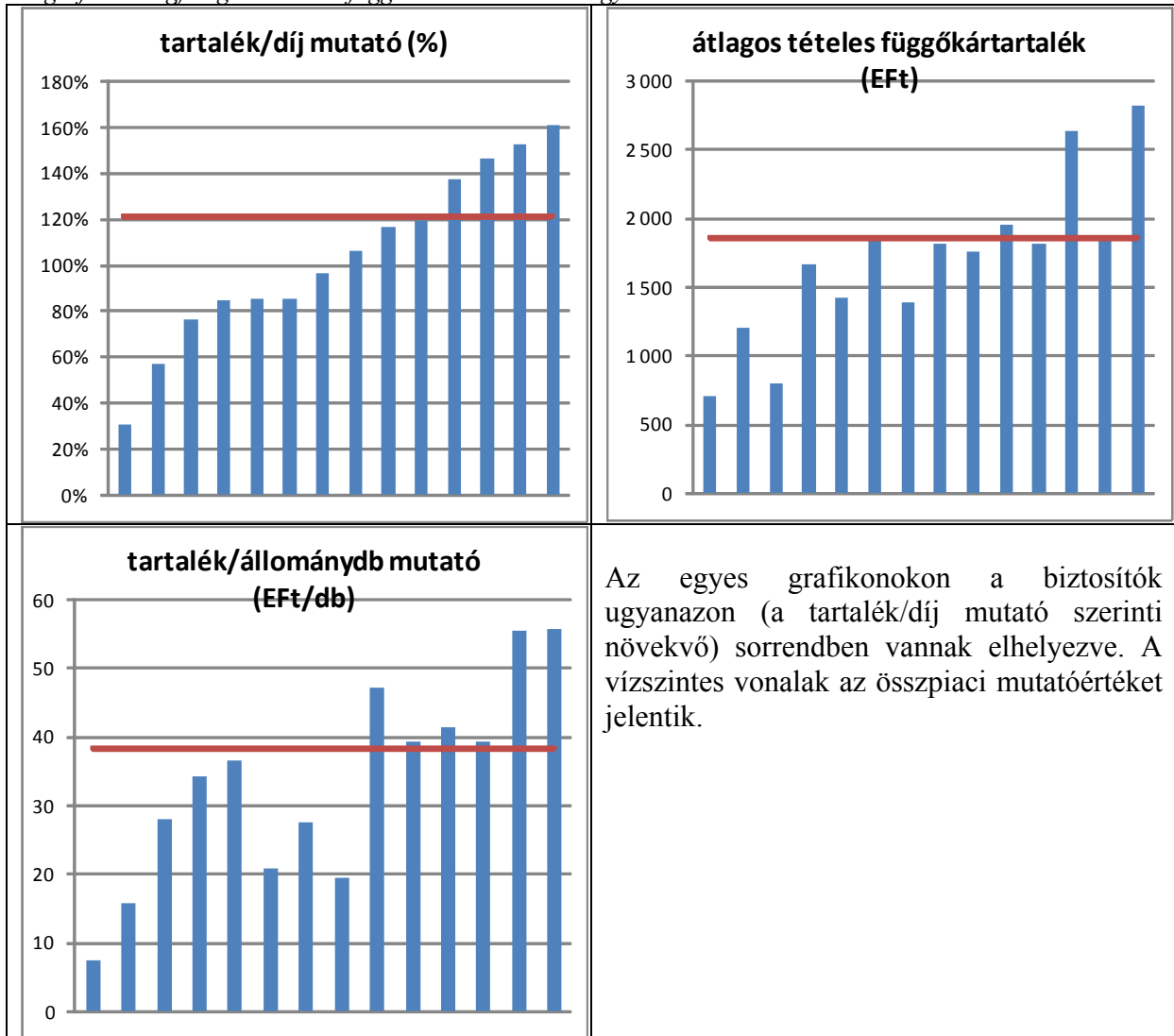
Ezek közül a kimagasló jelentősége, és egységesen szabályozott volta (valamennyi szerződés ugyanahhoz a – jogszabályban rögzített – szerződéshez tartozik) miatt a felügyelet a kgfb alágazatban kezdte el a munkát. Ezt indokolta az is, hogy (jelentős részben a régi Pillér statisztikáknak, de a lényegesen részletesebb felügyeleti adatszolgáltatásnak is köszönhetően) a Felügyeleten erről a területről áll rendelkezésre a legtöbb (egyedi szintű, illetve részletesebb bontású) és legtöbb fajtájú adat.

Szintén a jelentőségének és a lehetőségeknek megfelelően a függőkár-tartalékok (tétéles és IBNR) kerültek górcső alá. Tekintettel arra, hogy a standard adatszolgáltatások nem adnak eligazítást arra vonatkozóan, hogy a kgfb kockázatokat milyen viszontbiztosítási struktúrával porlasztják az egyes biztosítók, illetve a nem arányos viszontbiztosítások esetén a tétéles káradatbázis ismerete nélkül a tartalékok vb-részére nem is lehet rálátásunk, a tartalékok vb részének globális számok alapján történő megbízható megítélésére nem nyílik mód.

Tehát a továbbiakban a kgfb alágazat bruttó függőkár-tartalékairól lesz szó.

A mutatóértékek önmagukban is azt jelzik, hogy nem kaphatunk megbízható képet a kgfb-s tartalékok megfelelőségéről az egyszerű tartalék/díj, a tartalék/állomány-darabszám vagy az egy kárra jutó átlagos tartalék mutatók alapján még a tétéles függőkár-tartaléokra szorítkozva sem.

2. grafikon: A gfb ágazat tételes függőkárára vonatkozó egyes mutatók biztosítónként



Az egyes grafikonokon a biztosítók ugyanazon (a tartalék/díj mutató szerinti növekvő) sorrendben vannak elhelyezve. A vízszintes vonalak az össziaci mutatóértéket jelentik.

A biztosítási szakmában evidenciaként kezelik, hogy a kezdő biztosítóknak még alacsony a tartalékszintjük, mert a tartalékfeltöltéshez idő kell. Ez a széles körben elterjedt nézet retrospektív szemléletre utal, ami ugyan helytelen (mert nem egy meghatározott ütem szerint és/vagy a rendelkezésre álló szabad forrásokból/eredményből kell a tartalékokat feltölteni), és ellentmond a Bit. 118.§ (1) bekezdésének (ami előírja, hogy a tartalékot úgy kell képezni, hogy a kötelezettségek teljesítésére teremtsen fedezetet), de egyszerű biztosítástechnikai megfontolások is alátámasztják, hogy az újonnan induló vagy dinamikusan növekedő állománnyal rendelkező biztosítóknak alacsonyabb a tartalékszintjük, mint a régieknek, illetve a hanyatló állománnyal rendelkezőknek magasabb.

Ugyanis a károk bejelentéséig, de különösen a lezárásáig sok idő, sokszor több év telik el, így pl. egy egy éve működő biztosítónak még csak a tárgyévben bekövetkezett károokra kell fedezetet teremteni a tartalékban, egy két éve működőnek a tárgyévi károk mellett már a tárgyévet megelőző évi, még le nem zárt károokra is... ráadásul a kisebb károk rendezésére általában hamarabb sor kerül, a nagyobbak (különösen a személyi sérülések) „beragadnak”, így az idő előrehaladtával (arányaiban és összességében is) egyre több régi nagy kár terheli a

tételes függőkár-tartalékot, illetve egyre régebbi, még be nem jelentett károokra² is meg kell képezni az IBNR tartalékot.

Első körben a korrigált tartalékmutatók ezt az állomány korából, illetve az állomány nagyság változásából eredő torzító hatást küszöbölik ki.

Az állomány-darabszámhoz viszonyító tartalékmutatók szintén torzítanak, ugyanis a kisebb kárgyakoriságú és/vagy átlagos kárnagyságú állománnyal rendelkező biztosítók mutatóértéke magától értetődően lesz alacsonyabb. A második körben a továbbkorrigált tartalékmutatók az eltérő állományszerkezetből eredő torzító hatásokat küszöbölik ki, de csak az állomány-darabszámhoz viszonyító mutatók esetén, mert a többi esetén az itt említett torzító hatás nem lép föl, tehát ilyen irányú további korrekciókra nincs szükség.

A módszertan folyamatos fejlesztés alatt áll, így nemcsak a legutóbb alkalmazott eljárás/paraméterek leírása található meg itt, hanem a továbblépési irányoké is.

I.3. A tartalékmutatók korrigálásának alap gondolata

Az alábbi 5 tartalékmutató korrigált verziója került kifejlesztésre:

- tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám;
- tételes függőkár-tartalék / bruttó díj;
- egy függőkérra jutó átlagos tételes függőkár-tartalék;
- IBNR tartalék / állomány-darabszám;
- IBNR tartalék / bruttó díj.

A két állomány-darabszámhoz viszonyító mutató került továbbkorrigálásra a második körben.

Az állomány nagyságához (díj, állomány-darabszám) viszonyító hagyományos nyers, korrigálatlan mutatók azért torzítanak, mert csak a tárgyévi díjhoz, darabszámhoz viszonyítanak, miközben a tartalékokban (mint az előző fejezetben láthattuk) nemcsak a tárgyévi károk játszanak szerepet: a tárgyévi díjjal/darabszámmal csak a tárgyévi károknak kell arányban lenni, az egy évvel korábbi károknak a megelőző év díjával/darabszámával, stb. Éppen ezért a tartalékot nem a tárgyév értékeihez (Ft, db) kell viszonyítani, hanem az egyes évek súlyozott átlagához, ahol a súlyok azok az elméleti tartalékarányok, amelyek azt mondják meg, hogy a függőkár-tartalékokon belül az adott évi károk tartalékának milyen arányban kellene szerepelnie elméletileg³ egy végtelen ideje állandó szerződésállománnyal működő biztosítónál (pontosabban – bár nem teljesen ekvivalens megfogalmazásban – egységnyi Ft-ra, db-ra a kár bekövetkezésétől számított j év múlva elméletileg mekkora tartalék esik). A tételes függőkár-tartalékoknál pl. a tárgyévi díjat t_0 súllyal kell figyelembe venni, a tárgyévet megelőző díjat t_1 -gyel, és így tovább (ld. 4.1. fejezet). Az IBNR tartalék esetén a b_0, b_1, \dots értékek adják a súlyokat (ld. 4.3. fejezet).

Az átlagos, egy tételes függőkérra jutó tételes függőkár-tartalék mutató azért torzít, mert nem veszi figyelembe az egyes biztosítók eltérő kárszerkezetét: a zömmel nemrég bekövetkezett,

² Az egy éve működő biztosítóknak még csak a tárgyévi IBNR károokra kell fedezetet teremteni, egy két éve működőnek már a tárgyévi mellett a tárgyévet egyvel megelőző évekre is.

³ Pl. tételes függőkár-tartalék esetén: ahol a tárgyévet j évvel megelőző károokra képzett tartalék megegyezik a tárgyévet j évvel megelőző szerződésekre a j -edik évfordulóig bejelentett károokra legalább j évfordulót követően történő bruttó kárkifizetések (mint nem feltételes valószínűségi változó) várható értékével.

ezért átlagosan kisebb összegű függőkárakkal rendelkező biztosítók tartalékszintje a fenti körülmények miatt természetesen alacsonyabb, mint egy sok régi kárral rendelkezőé. Ha pl. a 2 évvel korábban bekövetkezett károk általában, átlagosan (ideálisan) 2-szeresen haladják meg a teljes⁴ átlagot, akkor a 2 évvel korábbi károkat (azok db-számát) 2-szeres súllyal kell figyelembe venni. Így az átlagos tartalék meghatározásakor a tartalékösszeget nem az egyszerű darabszámmal kell elosztani, hanem az egyes bekövetkezési időszakok ($j = 0; j = 1; 2 \leq j \leq 5; j \geq 6$)⁵ darabszámainak súlyozott átlagával, ahol a súlyok az a_0, a_1, \dots ideális átlagarányok (ld. 4.2. fejezet).

A továbbiakban az „ideális” jelzőt nem „optimális”, hanem „elméleti” értelemben kell érteni.

Az egyes járműtípusoknak (díjosztályoknak) lényegesen eltérő a kárszükséglete, ami meg is jelenik a díjak közötti különbségben, tehát a bruttó díjban is. Az állomány-darabszámban azonban egyforma súllyal szerepel az összes járműtípus (díjosztály). Így a kis átlagos kárszükségletű szerződésekkel rendelkező biztosítóknak a dolgok természeténél fogva alacsonyabb lesz az (állomány-darabszámhoz viszonyított) tartalékmutatója. A kárszükségletet a kárgyakoriság és az átlagos kárnagyság határozza meg, de a kárgyakoriság messze jelentősebben befolyásoló tényező, ezért először a kárgyakorisággal érdemes továbbkorrigálni a mutatókat. Ennek lényege, hogy egy biztosító tartalékszintjének annyszor kell(ene) többnek (illetve kevesebbnek) lenni, ahányszor nagyobb (kisebb) az állomány-összetétele alapján számolt ideális kárgyakorisága a tárgyévi összpiaci kárgyakoriságnál (ld. 4.4. fejezet).

Azon biztosítók esetén, melyek állomány-összetétele jelentősen megváltozott, indokolt lenne nemcsak a tárgyévi ideális kárhányadát alapul venni, hanem valamennyi év értékét (tétélesnél) a t_0, t_1, \dots , illetve (IBNR-nél) a b_0, b_1, \dots súlyokkal súlyozva (ld. 4.1. és 4.3. fejezet). Ennek hatása ez idáig nem került tesztelésre.

Az átlagos kárnagyságokkal történő továbbkorrigálásra, továbbfinomításra a későbbiekben kerül sor.

I.4. Háttér, paraméterek

I.4.1. Ideális tartalékarány

A tételes függőkár-tartalék megfelelőségét mérő egyes korrigált tartalékmutatók előállításához szükség lenne az ideális tartalékarányok meghatározására, azaz hogy a tételes függőkár-tartalékokon belül a tárgyévet j évvel megelőző évben bekövetkezett károokra képzett tartaléknak milyen arányban kellene szerepelnie elméletileg egy végtelen ideje állandó szerződésállománnyal működő biztosítónál. Ezt az összpiaci tartalék kárévenkénti megoszlásával lehet becsülni.

A tételes függőkár-tartalékok a felügyeleti adatszolgáltatásban csak az alábbi megbontásban állnak rendelkezésre, és így is csak 2004-től: a tárgyévben, a tárgyévet megelőző évben, 2-5 éve, illetve több mint 5 éve bekövetkezett károokra képzett tartalék. (A továbbiakban felügyeleti megbontás)

⁴ Összes tételes függőkár-tartalék / összes függőkár (db).

⁵ A felügyeleten rendelkezésre álló adatstruktúrának megfelelően.

A 2-5 éve, illetve a több mint 5 éve bekövetkezett károk tartalékának tovább-bontásához, illetve részben a fenti bontásban a keresett tartalékarányok előállításához az 1996-2000. évi⁶ Pillér statisztikák nyújtottak alapot.

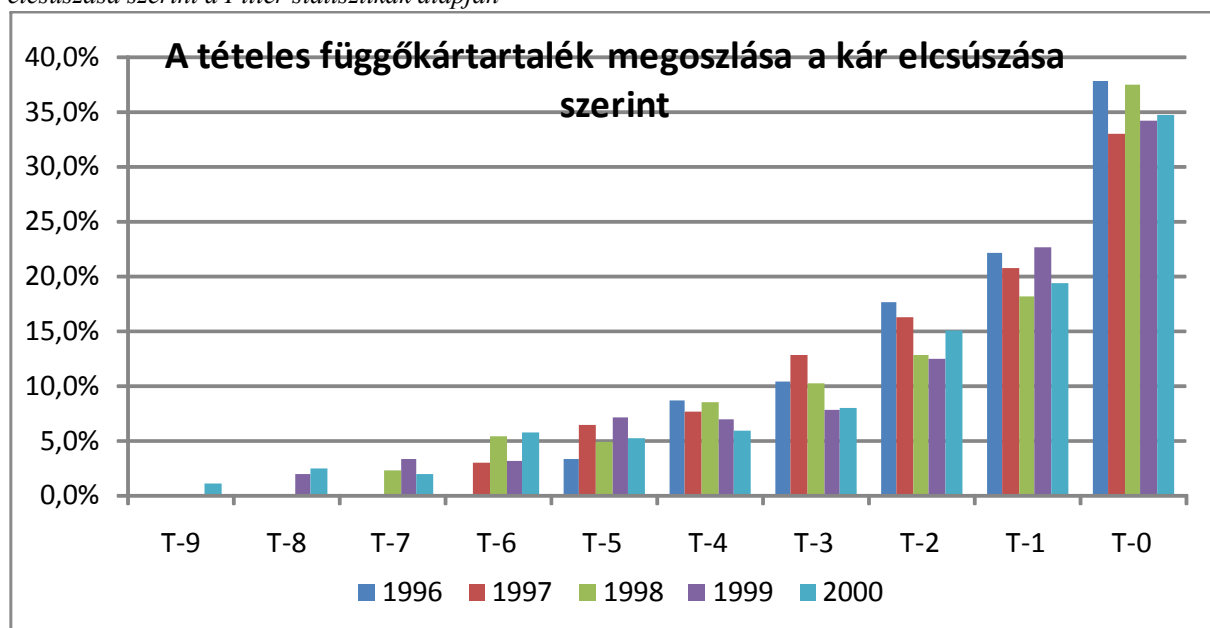
Jelölje $t(i; j)$ azt, hogy az i -edik évi bruttó tételes függőkár-tartalékon belül hány %-ot tesz ki az $(i-j)$ -edik évben (azaz j év csúszással) bekövetkezett károkra képzett tartalékrész ($i = 1996, \dots, 2000; j = 0, 1, \dots, 9$). Jelölje $t'(i; j)$ a $t(i; j)$ -k összegét a felügyeleti megbontásnak megfelelően ($i = 1996, \dots, 2000; 2004, \dots, 2008; j = 0; 1; 2-5; 6-$), azaz $t'(0) = t(0)$, $t'(1) = t(1)$, $t'(2-5) = t(2) + \dots + t(5)$, $t'(6-) = t(6) + t(7) + \dots$

Mind a $t(i; j)$, mind a $t'(i; j)$ arányok (rögzített j -re) viszonylag nagy stabilitást mutatnak a tárgyévek (évcsoportok) vonatkozásában.

1. táblázat: A tételes függőkár-tartalékok megoszlása 1996-2000-ben a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint a Pillér statisztikák alapján

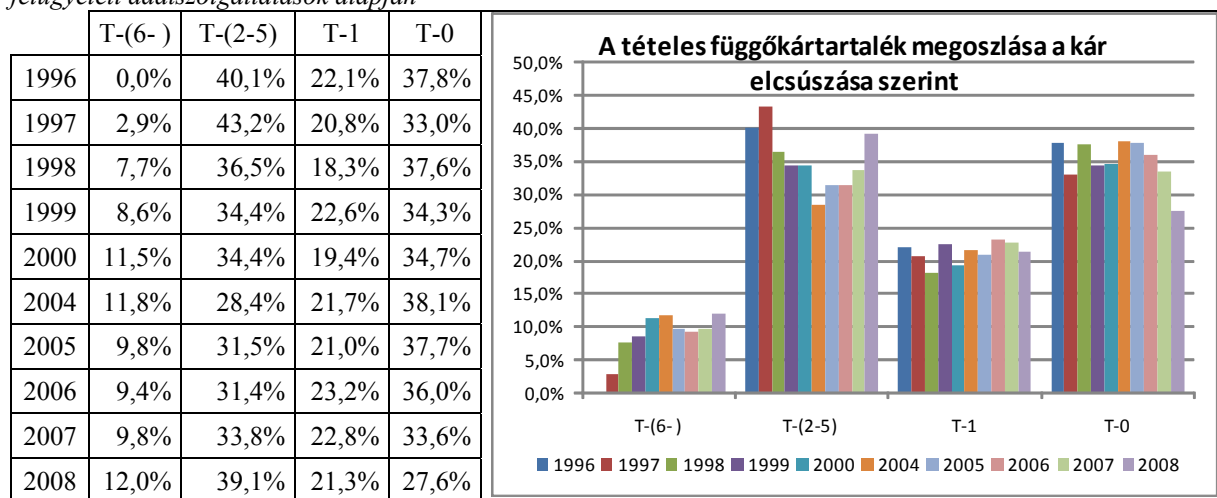
	T-9	T-8	T-7	T-6	T-5	T-4	T-3	T-2	T-1	T-0
1996					3,3%	8,8%	10,4%	17,6%	22,1%	37,8%
1997				2,9%	6,5%	7,7%	12,8%	16,3%	20,8%	33,0%
1998			2,2%	5,4%	4,9%	8,5%	10,2%	12,9%	18,3%	37,6%
1999		2,0%	3,4%	3,2%	7,1%	7,0%	7,9%	12,5%	22,6%	34,3%
2000	1,2%	2,5%	2,0%	5,7%	5,3%	6,0%	8,0%	15,1%	19,4%	34,7%

3. grafikon: A tételes függőkár-tartalékok megoszlása 1996-2000-ben a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint a Pillér statisztikák alapján



6 A Pillér statisztikák 1993 óta rendelkezésre állnak, de (mivel a kgfb csak 1991-ben indult) csak 1996-tól van legalább annyi (6) kárévnvi adatunk, mint amennyit a módszer megkíván, így a korábbi Pillér statisztikákat nem lehetett fölhasználni.

2. táblázat és grafikon: A tételes függőkár-tartalékok megoszlása 1996-2000-ben és 2004-2008-ban a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint felügyeleti megbontásban a Pillér statisztikák és a felügyeleti adatszolgáltatások alapján



Az empirikus relatív szórások⁷ a felügyeleti megbontásban a $j = (6-)$ -től eltekintve meglehetősen kicsik, $j = (6-)$ -ra már (nem meglepő módon) akkor is jelentősebb, ha az 1996-os értéktől (amikor még nem voltak több mint 5 éve bekövetkezett károk) eltekintünk (ld. 3. táblázat).

A továbbiakban mindig j jelöli a tárgyévhez képest való elcsúszást. Pl. $j = 0$ jelöli a tárgyévet, $j = 1$ a tárgyévet megelőző évet...

Az idő múltával természetesen egyre hátrébb tolódnak a kártartalékok (egyre nagyobb arányt képviselnek a régebben bekövetkezett károk), amit jól szemléltet a $j = (6-)$ kategória trendje is (ld. 1. táblázat). A relatív trendek⁸ ugyan azt mutatják, hogy különösen a legjelentősebb $j = 0$ és $j = 1$ esetekben nem kell a későbbi időszakokban sem drasztikus (a korrigált mutatókat, illetve az azokból levonható következtetéseket döntően befolyásoló) változásokra készülni, azonban csak a 2004-2008-as értékeket megfigyelve a $j = 0$ és $j = 2-5$ kategóriák értékei egyértelműen egy irányba mozognak. Ez további vizsgálatokat tesz szükségessé.

3. táblázat: A $t(i; j)$ tartalékarányok empirikus relatív szórása és relatív trendje a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint felügyeleti megbontásban a Pillér statisztikák és a felügyeleti adatszolgáltatások alapján

	T-(6-)	T-(2-5)	T-1	T-0
relatív szórás	30,0%	12,8%	7,2%	9,3%
relatív trend	7,0%	-1,5%	0,6%	-0,8%

A fentiek figyelembevételével az ideális tartalékarányok, melyeket t_j -vel jelölünk ($j = 0, 1, 2-5; 6+$), a következőképpen kerültek meghatározásra:

⁷ Az ötelemű minták ($i = 1996, \dots, 2000$, rögzített j -re) empirikus szórása osztva az empirikus várható értékkel.

⁸ A regressziós egyenes meredeksége osztva az empirikus várható értékkel. Azt mutatja meg, hogy a trendvonal mentén egy évet előrehaladva a változó értéke hány százalékkal változik.

A felügyeleti megbontásnak megfelelő tartalékarányok az ilyen megbontásban előállított idősorok (ld. 2. táblázat) lineáris trendjeinek egy évvel (jelenleg 2009-re) történő előrevetítésével adódtak.

A (2-5), illetve a (6-)⁹ kategóriák továbbbontása az 1996-2000-s Pillér statisztikákból adódó megfelelő tartalékarányai idősorainak szintén egy évvel történő előrevetítéséből nyert arányoknak megfelelően történt. Az előrevetítés csak technikai választás; nincs jelentősége, a módszerre, illetve az eredményekre nincs érdemi hatása.

Mindezek alapján az alábbi paraméterek adódtak:

4. táblázat: Az ideális tartalékarányok

T-(5-)	T-4	T-3	T-2	T-1	T-0
19,7%	5,7%	6,9%	12,2%	22,3%	33,2%

1.4.2. Ideális átlagarány

A standard felügyeleti adatszolgáltatásban a függőkár-tartalékok összege és darabszáma csak a felügyeleti megbontásban áll rendelkezésre, ezért a 3. fejezetben az átlagos tételes függőkár-tartalék korrekcióját is csak ebben a bontásban lehet elvégezni. Emiatt a korrekció nem tudja kiszűrni pl. azon (nem elhanyagolható mértékű) különbségeket, melyek pl. a $j = 2 - 5$ elcsúszási intervallumon belüli tartalékátlagoknál figyelhetők meg. Ez azt is jelenti, hogy az ideális átlagarány paraméterekre is csak ebben a bontásban van szükség.

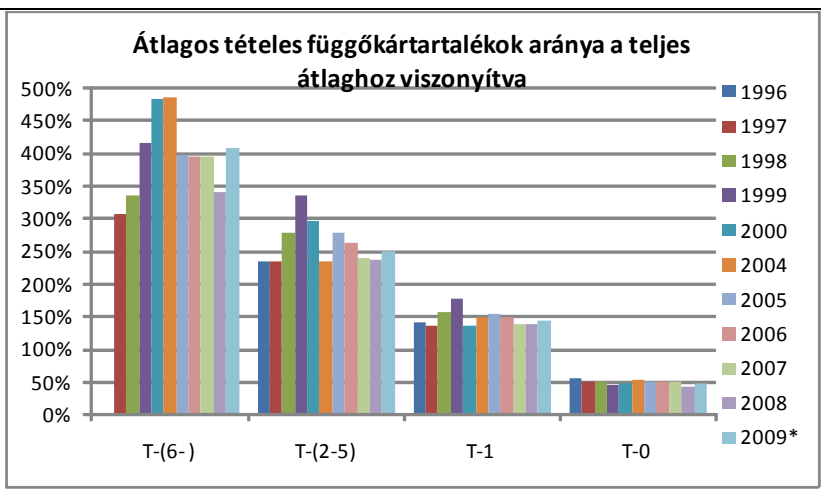
Az 1996-2000. évi Pillér statisztikák és a 2004-2008. évi adatszolgáltatások alapján kerültek előállításra a „nagy károk beragadnak” sztereotípiát alátámasztó ideális átlagarány paraméterek, melyek azt számszerűsítik, hogy az átlagos kártartalékok annál nagyobbak, minél korábbi károkhoz tartoznak. Elsősorban nem az átlagok egyik tárgyévéről a másikra történő változása érdekes, hanem az, hogy átlagosan mennyivel nagyobb tartalékúak a régebben bekövetkezett károk.

Jelölje $a(i; j)$ azt, hogy az i -edik évi bruttó tételes függőkár-tartalékon belül az $(i-j)$ -edik évben (azaz j év csúszással) bekövetkezett károokra képzett (egy függőkárra jutó) átlagos tartalék hányszorosa a teljes i -edik évi átlagos függőkár-tartaléknak ($i = 1996, \dots, 2000; 2004, \dots, 2008; j = 0; 1; 2-5; 6-)$.

⁹ A (6-) kategória tovább-bontására jelenleg nincs szükség, mert a továbbiakban csak a $j = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, illetve a $j > 5$ kategóriák értékeit használják a korrigált tartalékmutatók.

5. táblázat és grafikon: A tételes függőkár-tartalékok átlagarányai 1996-2000-ben és 2004-2008-ban a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint felügyeleti megbontásban a Pillér statisztikák és a felügyeleti adatszolgáltatások alapján

	T-(6-)	T-(2-5)	T-1	T-0
1996	n.a.	233,8%	142,5%	56,2%
1997	308,0%	235,9%	136,1%	50,5%
1998	336,7%	278,4%	156,4%	51,5%
1999	415,3%	335,4%	177,4%	45,8%
2000	484,1%	298,1%	135,7%	48,3%
2004	485,0%	234,3%	149,1%	53,8%
2005	398,0%	278,1%	154,3%	52,0%
2006	395,8%	263,6%	149,3%	51,3%
2007	396,8%	241,3%	140,5%	49,9%
2008	341,9%	237,9%	137,9%	42,7%
2009*	409,6%	251,7%	144,9%	48,1%



*A lineáris trendek előrevetítésével kapott értékek.

A Pillér statisztikákból (1996-2000.) és a standard felügyeleti adatszolgáltatásokból (2004-2007.) nyert ($j = 0; j = 1; 2 \leq j \leq 5; j \geq 6$ bontású) $a(i; j)$ átlagarányok a fenti $t(i; j)$ tartalékarányokhoz hasonlóan viszonylag nagy stabilitást mutatnak (rögzített j -re). (Ld. 5. táblázat és grafikon.) Az empirikus relatív szórások meglehetősen kicsik¹⁰ (ld. 6. táblázat).

6. táblázat: Az $a(i; j)$ átlagarányok empirikus relatív szórása és relatív trendje a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint felügyeleti megbontásban a Pillér statisztikák és a felügyeleti adatszolgáltatások alapján

	T-(6-)	T-(2-5)	T-1	T-0
relatív szórás	15,5%	12,9%	8,6%	7,7%
relatív trend	0,6%	-0,6%	-0,3%	-0,6%

A relatív trendek mutatják (különösen a 2008. évi adat mellőzésével kapott értékkel összevetve – ld. lábjegyzet), hogy a $j = 0, 1, 2-5$ –re az elhanyagolhatóan csökkenő trendek egy kicsit megerősödtek, míg a $j \geq 6$ -ra a határozott növekvő trend mérséklődött. Ezzel együtt is feltételezhető, hogy ezek az átlagarányok a jövőben is az empirikus átlagok körül ingadoznak.

A tételes függőkár-tartalékok ideális átlagarányai (a továbbiakban: ideális átlagarányok, melyeket a_j -vel jelölünk ($j = 0, 1, 2-5; 6+$) a fentieket figyelembe véve az ideális tartalékarányoknál leírt módon adódnak (csak itt a 2-5 kategóriát nem kellett továbbosztani).

7. táblázat: Az ideális átlagarányok

T-(6-)	T-(2-5)	T-1	T-0
409,6%	251,7%	144,9%	48,1%

¹⁰ A 2008. év kiemelkedően jó kártapasztalata jelentősen átrendezte a szórásokat és a trendeket: e nélkül az év nélkül az alábbi értékek adódnának:

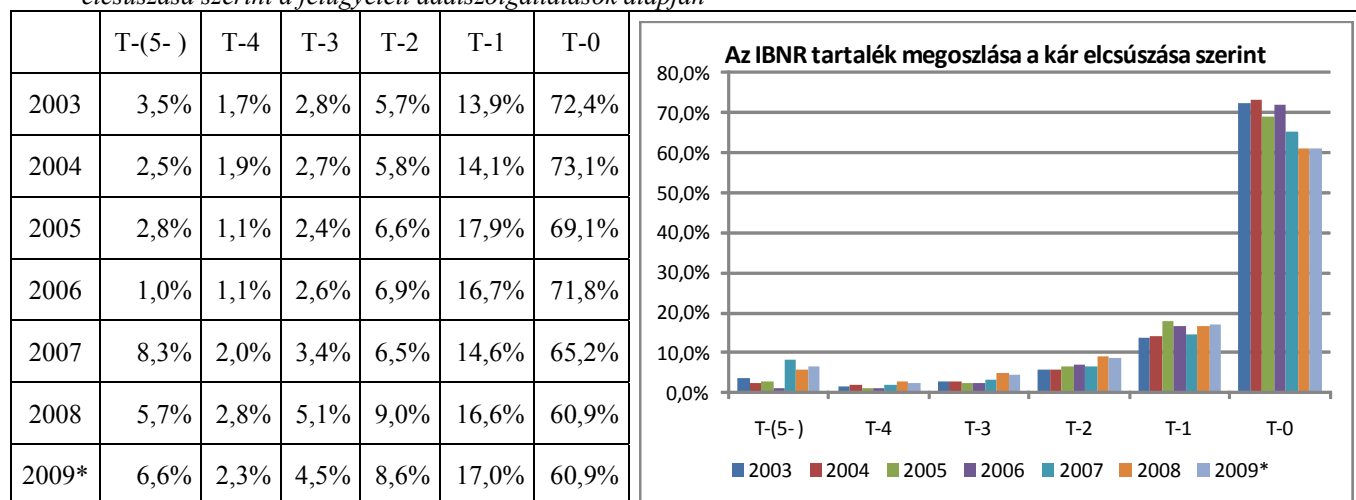
	T-(6-)	T-(2-5)	T-1	T-0
relatív szórás	15,4%	13,1%	8,7%	5,9%
relatív trend	1,45%	-0,36%	-0,05%	-0,07%

1.4.3. Ideális IBNR arány

A standard felügyeleti adatszolgáltatásokból nyert statisztikák azt mutatják, hogy az IBNR tartalékon belül a tárgyévi károkra képzett tartalék nagyobb része (ellentétben a tételes függőkár-tartalékokkal) a tárgyévben bekövetkezett károkhoz tartozik.

A 2003-2008. évi felügyeleti adatszolgáltatások alapján kerültek előállításra az évenkénti IBNR arányok: hogy az adott tárgyévben az IBNR tartalékon belül hogyan oszlanak meg a tartalékok az egyes kárévekre. Jelölje $b(i; j)$ azt, hogy az i -edik évi bruttó IBNR tartalékon belül hány %-ot tesz ki az $(i-j)$ -edik évben bekövetkezett károkra képzett tartalékrész ($i = 2003, \dots, 2008; j = 0, 1, \dots, 17$). Az ideális tartalékarányhoz hasonlóan a korrigált mutatók itt is csak a $j = 0, 1, 2, 3, 4$, illetve a legalább 5 esetre meghatározott értékeket alkalmazzák. (Ld. 8. táblázat és grafikon.)

8. táblázat és grafikon: Az IBNR tartalékok megoszlása 2003-2008-ban a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint a felügyeleti adatszolgáltatások alapján



*A lineáris trendek előrevetítésével kapott értékek.

A $b(i; j)$ arányok (rögzített j -re) már korántsem mutatnak olyan nagy stabilitást, mint a tételes függőkár-tartalékok paraméterei, és minden esetben meglehetősen markáns trend figyelhető meg. (Ld. 9. táblázat.) A 2008. év rendkívül kedvező kártapasztalatai miatt a 2008-as érték figyelembe vétele növelte mind a szóródás, mind a trend mértékét. A határozott változási irányok itt még inkább indokolják, hogy az ideális IBNR arány meghatározásánál figyelemmel kell lenni a trendekre is (előrevetítés), másrészt azonban tagadhatatlanul gyengítik a tartalékmutatók megbízhatóságát, ami részben az IBNR arányok állandóságán alapul (ld. később), és végső soron az egyes évek összes kárszükségletének állandóságán vagy egyenletes változásán, ami 2008-ra nem teljesült.

9. táblázat: A $b(i; j)$ IBNR arányok empirikus relatív szórása és relatív trendje a bekövetkezés évének tárgyévhez képesti elcsúszása szerint felügyeleti megbontásban a Pillér statisztikák és a felügyeleti adatszolgáltatások alapján

	T-(5-)	T-4	T-3	T-2	T-1	T-0
relatív szórás	66,3%	36,3%	31,1%	18,0%	10,6%	7,0%
relatív trend	19,35%	9,10%	12,25%	8,02%	2,46%	-3,26%

Az ideális IBNR arányok (melyeket b_j -vel jelölünk; $j = 0, 1, \dots, 4$; $j = (5-)$ a „bekumulált” érték) meghatározása az ideális átlagarányokéhoz hasonlóan az IBNR tartalékarányok időszora lineáris trendjének egy évvel (jelenleg 2009-re) történt meghosszabbításával adódott.

10. táblázat: Az ideális IBNR arányok

T-(5-)	T-4	T-3	T-2	T-1	T-0
6,6%	2,3%	4,5%	8,6%	17,0%	60,9%

I.4.4. Biztosítónkénti ideális kárgyakoriságok

A standard felügyeleti adatszolgáltatásokból előállított kimutatások azt mutatják, hogy az egyes járművek (díjosztályok) kárgyakoriságai¹¹ jelentősen eltérnek egymástól, viszont az egyes évek vonatkozásában (ha beszámítjuk a kárgyakoriságok folyamatos javulását) meglehetősen állandóságot tapasztalunk¹².

11. táblázat: Díjosztályonkénti kárgyakoriságok 2003-2008-ban, azok előrevetítése 2009-re; az idősorok relatív szórása és trendje

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009*	relatív szórás	relatív trend
Mindösszesen	4,98%	5,20%	5,16%	4,96%	4,75%	3,95%	4,16%	9,55%	-0,19%
Személygépkocsi	5,03%	5,51%	5,43%	5,27%	5,12%	4,26%	4,59%	8,81%	-0,15%
<= 850 ccm	2,96%	3,24%	3,05%	2,94%	2,40%	2,64%	2,45%	10,50%	-0,12%
851-1150 ccm	4,00%	4,56%	4,35%	4,19%	4,22%	3,40%	3,70%	9,71%	-0,12%
1151-1500 ccm	4,82%	5,19%	5,10%	4,89%	4,76%	3,90%	4,17%	9,63%	-0,17%
1501-2000 ccm	6,81%	7,22%	6,75%	6,29%	6,12%	5,02%	5,10%	12,07%	-0,36%
2001-3000 ccm	8,07%	8,75%	8,34%	7,65%	7,11%	6,05%	6,09%	12,67%	-0,45%
> 3000 ccm	9,67%	9,64%	9,37%	7,76%	6,00%	5,70%	4,79%	22,76%	-0,92%
Határozott idejű	0,76%	0,47%	0,78%	1,65%	21,70%	17,01%	21,64%	136,51%	4,16%
Motorkerékpár	1,24%	1,32%	1,43%	1,29%	1,17%	0,94%	1,03%	13,47%	-0,06%
<=150 ccm	0,70%	0,80%	0,80%	0,67%	0,70%	0,61%	0,63%	10,43%	-0,02%
151-350 ccm	0,92%	0,87%	0,72%	0,73%	0,58%	12,04%	8,11%	174,17%	1,56%
> 350 ccm	2,19%	2,14%	2,30%	1,89%	1,64%	1,22%	1,23%	21,40%	-0,19%
Határozott idejű	0,26%	0,08%	0,37%	0,26%	30,00%	8,33%	19,55%	182,18%	3,72%
Autóbusz	21,61%	17,58%	19,87%	19,46%	20,05%	17,28%	17,84%	8,44%	-0,42%
10-19 férőhely	8,52%	7,81%	7,21%	8,08%	7,45%	5,37%	5,81%	14,84%	-0,46%
20-79 férőhely	19,19%	16,34%	17,56%	15,22%	15,65%	13,17%	12,73%	12,75%	-0,99%
> 80 férőhely	33,77%	33,90%	30,30%	30,31%	30,04%	26,67%	26,12%	8,77%	-1,35%
Határozott idejű	0,18%	0,11%	n.a.	0,39%	n.a.	11,76%	n.a.	n.a.	n.a.
Trolibusz	35,63%	71,54%	47,21%	53,22%	38,41%	45,11%	43,92%	26,61%	-1,31%
Tehergépkocsi	12,58%	10,39%	11,97%	10,91%	10,16%	8,43%	8,49%	13,63%	-0,64%
< 2 tonna teherbírású	11,19%	10,82%	10,70%	8,92%	8,85%	7,31%	6,92%	15,74%	-0,77%
2-6 tonna teherbírású	18,03%	16,26%	15,35%	16,75%	12,64%	11,44%	10,84%	16,82%	-1,21%
> 6 tonna teherbírású	23,98%	22,34%	24,02%	20,56%	18,43%	16,01%	15,39%	15,35%	-1,57%
Határozott idejű	0,28%	0,30%	0,09%	0,48%	9,25%	8,05%	9,69%	140,99%	1,89%
Vontató	30,92%	31,75%	40,23%	36,50%	28,17%	25,60%	28,09%	16,70%	-1,17%
Mg. vontató	2,00%	2,10%	2,05%	1,60%	1,62%	1,24%	1,20%	19,16%	-0,16%
Könnyű pótkocsi	0,11%	0,08%	0,07%	0,09%	0,10%	0,04%	0,05%	31,74%	-0,01%
Nehéz pótkocsi	1,19%	1,08%	1,03%	0,71%	0,44%	0,34%	0,15%	44,36%	-0,18%

¹¹ A rendelkezésre álló adatoknak megfelelően itt tárgyevi kárgyakoriságokról van szó: a tárgyévben bekövetkezett és bejelentett károk darabszáma a tárgyevi átlagos állományhoz viszonyítva. Egy adott év pontos kárgyakorisága csak több év múltán derül ki, amikor az IBNR károk száma már elhanyagolható.

¹² Az egyes díjosztályoknak az általános trenddel korrigált értékeinek 85%-a a $\pm 20\%$ -os határon belül marad. Egyes díjosztályokhoz azonban nagyon kevés jármű tartozik, így azoknál a kárgyakoriságok természetesen erősen szóródnak.

Utánfutó, lakókocsi	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,03%	0,03%	14,28%	0,00%
Mkp.utánfutó	0,29%	0,44%	n.a.	n.a.	0,74%	8,17%	n.a.	n.a.	n.a.
Lassú jármű	1,88%	1,74%	1,55%	1,49%	1,24%	1,11%	0,96%	19,42%	-0,16%
Munkagép	5,02%	4,62%	1,69%	0,99%	1,44%	1,25%	-0,41%	72,50%	-0,83%
Sm.kerékpár	0,51%	0,57%	0,53%	0,52%	0,56%	0,46%	0,49%	7,73%	-0,01%
Határozott, P frsz.	2,70%	1,79%	1,73%	2,46%	18,55%	23,88%	24,21%	117,23%	4,48%

* A lineáris trendek egy évvel történt előrevetítésével kapott becslés.

A kárhányadok egyre javulnak az idő előrehaladtával. Bár az egyes díjosztályok kárgyakoriságai általában ennek a trendnek megfelelően javultak, néhány járműkategóriában ettől eltérő változás is megfigyelhető. Ezért a továbbiakban feltételezzük, hogy a tárgyevi díjosztályonkénti piaci kárgyakoriságok az ideális kárgyakoriságok; az egyes piaci szereplőknél is megközelítőleg ilyen kárgyakoriságokkal kell(ene) a károknak előfordulniuk az egyes díjosztályokban. Az éves felügyeleti adatszolgáltatások beérkezése előtt az utolsó (jelenleg 2009-es) ideális kárgyakoriságok a járműosztályonkénti kárgyakoriságok idősorának egy évvel való előrevetítésével adódnak.

Azt feltételezve, hogy egy adott biztosítónak a díjosztályonkénti kárgyakorisága is ennek megfelelően alakul, a biztosító díjosztályonkénti állomány-összetétele alapján, a díjosztályonkénti ideális kárgyakoriságoknak a díjosztályonkénti állomány-darabszámmal súlyozott átlagaként az adott biztosítóra is adódik egy ideális kárgyakoriság. Azaz:

Ha k^{bi} jelöli az adott biztosító ideális kárgyakoriságát, akkor

$$k^{bi} = \sum \{k_i \cdot d_i : i \in \text{díjosztályok}\}, \text{ ahol}$$

k_i az i -edik járműkategória (díjosztály) ideális kárgyakorisága, d_i az i járműosztály tárgyevi darabszámaránya az adott biztosító állományán belül.

A díjosztályon kívül sok egyéb olyan eltérítő tényező ismert, ami befolyásolja az „ideális” kárgyakoriságot, azonban ezek szerepe (legalábbis a díjosztályokhoz képest) másodlagos, és a standard felügyeleti adatszolgáltatás az ez irányú továbbfinomítást nem teszi lehetővé.

I.5. Továbblépési irányok

I.5.1. Negyedéves mutatók

Jelenleg a mutatók csak az éves (vagy IV. negyedévi) adatok alapján (esetleg a III. negyedéves adatok alapján előrebecsléssel) számíthatók ki, ugyanis sem a Pillér statisztikák, sem a standard felügyeleti adatszolgáltatások nem szolgáltatnak ehhez megbízható alapot.

2008 óta már az IBNR tartalékokat is meg kell bontani a felügyeleti megbontás alapján, továbbá a személyi sérüléssel kapcsolatos károk kezeléséről szóló témavizsgálat során bekért tételes adatbázisok segítségével a negyedéves mutatók előállítására is lehetőség nyílt. Ezzel kapcsolatban a Felügyeleten már elkezdődött a módszertani fejlesztés.

I.5.2. Érzékenységvizsgálat, megbízhatósági szintek

Ha a korrigált mutatók minden torzító hatást ki tudnának szűrni (és pl. az 5. fejezetben megfogalmazott minden előfeltétel teljesülne), egy alacsonyabb mutatóérték akkor sem jelentené okvetlenül, hogy a tartalék nagy valószínűséggel nem lesz elég.

A mutatók pedig nem is szűrik ki minden torzító hatást (ilyet nem is lehet elérni), ezért vizsgálni kell, hogy az egyes szerződés-/kárportfóliók esetében milyen sajátosságai alapján milyen eltérések lehetnek indokoltak, illetve két tökéletesen azonos portfólió esetén egy adott mértékű eltérésnek mi a valószínűsége.

A végső kérdés, hogy egy (adott módon meghatározott konkrét, vagy egy modell alapján adódó elméleti) össziaci értéktől való adott nagyságú eltérésnek mekkora a valószínűsége.

Tekintettel arra, hogy minden egyes szerződés olyan egyedi kockázatot rejt magába, amiről senkinek sem lehet tudomása (se a biztosítónak, se a szerződőnek, és az még utólag sem realizálódik), a főnti kérdésre csak egy modell fölállításával, a modell keretein belül lehet válaszolni.

Megjegyezzük, hogy a korrigált tartalékmutatók is egy modellre épültek, és abból (annak keretein belül) adnak megbízhatósági szinteket. Ezekben a modellekben számos olyan föltételezés van, amelyről tudjuk, hogy nem teljesülnek. Meg kell vizsgálni, hogy ezek a mutatókra, és főleg a belőlük levonható következtetésekre milyen hatással vannak, és ha az számottevőnek bizonyul, akkor a módszert tovább kell fejleszteni. Ugyanez vonatkozik azon hatásokra, melyekről sejthető, hogy jelentősek, és még megfelelő adat is rendelkezésre áll ennek figyelembevételére.

1.5.3. További korrekciók

Ezek közé tartozik a továbbkorrigált mutatók további korrekciója a díjosztályonkénti átlagos kárnagyságokkal. Ezen hatás ugyan sokkal kevésbé olyan jelentős, mint a kárgyakoriságoké, de akár jelentősen is átrendezheti az erőviszonyokat, és egyedi esetekben már eredményesen alkalmazta ezt a további korrekciót a Felügyelet. A díjosztályonkénti átlagos tárgyévi kárnagyságok időszora a 2. számú mellékletben található.

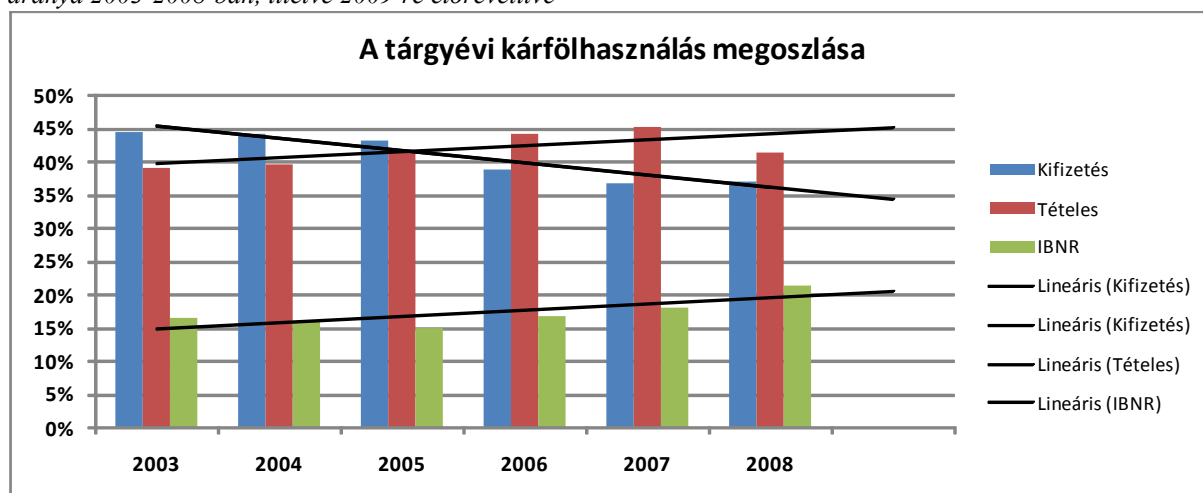
A másik jelentős terület a trendek figyelembevétele. Ezzel nemcsak a 4. fejezetben, az alkalmazandó paraméterek meghatározásánál megfogalmazott lokális kérdések kapcsán kell foglalkozni, hanem globálisan is meg kell közelíteni a problémát, ugyanis a lokálisan megfigyelt irányoknak alapvetően globális okai vannak, amit az alábbi ábra is szemléltet.

12. táblázat: A tárgyévi kárfelhasználáson belül a kárkifizetés, a tételes függőkár-tartalék és az IBNR tartalék aránya 2003-2008-ban, illetve 2009-re előrevetítve

a tárgyévi kárfelhasználáson belül:	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009*
a kifizetés aránya	44,4%	44,2%	43,2%	38,8%	36,7%	37,0%	34,3%
a tételes függőkár-tartalék aránya	39,0%	39,7%	41,7%	44,2%	45,2%	41,5%	45,1%
az IBNR tartalék aránya	16,5%	16,0%	15,1%	16,9%	18,0%	21,5%	20,6%

*Az egyes arányok időszorának egy évvel (2009-re) történő előrevetítésével kapott érték.

4. grafikon: A tárgyévi kárfölhasználáson belül a kárkifizetés, a tételes függőkár-tartalék és az IBNR tartalék aránya 2003-2008-ban, illetve 2009-re előrejelítve



A díjhoz viszonyító mutatók erősen függenek a biztosító díjszintjétől, és ráadásul éppen az alacsony díjszintű biztosítók mutatóértékeit emelik meg. A díjszint mérésére a felügyeleti adatszolgáltatások alapján csak rendkívül korlátozott lehetőség van, ezért ezen korrekcióra leginkább egyedi esetekben lehet sort keríteni.

1.5.4. Összevont függőkár-tartalék mutató

A kgfb területén az egyes biztosítók az IBNR tartalékot nem ugyanazon típusú károk fedezetére képzik. Egyesek csak a még be nem jelentett káreseményekre, mások a már bejelentett káresemények még be nem jelentett részkárait is (pl. azokra a személyi sérültekre, akik eddig még nem jelentkeztek kárigénnyel). És vannak köztes megoldások is, és nem minden biztosító alkalmazza következetesen az egyik vagy a másik megközelítést.

Az egyes megközelítések alapján számított IBNR tartalék értékek között akár kétszeres eltérés is lehet, így az IBNR tartalék megfelelőségét mérő mutatókat csak erős fönntartással lehet kezelni. (Ettől függetlenül rendkívül hasznosak is lehetnek, és a múltban annak is bizonyultak.)

Sokkal kisebb mértékben ugyan, de a fönnti határ a tételes függőkár-tartalékokat is érinti. Ezért a teljes függőkár-tartalékokra kell kidolgozni mutatókat.

I. Tartalékmutatók technikai leírása

II.1. Korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám

Egy adott évben egy adott biztosító mutatója az alábbi képlettel számítható:

$$KTA = \frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot A_j}, \text{ ahol}$$

FT a biztosító tárgyévi bruttó tételes függőkár-tartaléka;

$\sum_{j=0}^5 t_j \cdot A_j$ a biztosító korrigált állomány-darabszáma, ahol

t_j -k az ideális tartalékarányok (ld. 4.1.);

A_j a biztosító tárgyét j évvel megelőző év átlagos állomány-darabszáma¹³.

Előfeltételezés:

- Ideális esetben (átlagosan, várhatóan) egy szerződésre j év múlva r_j tételes függőkár-tartalékot kell képezni. (r_j biztosítótól független, csak a teljes piacra jellemző arányszám, ami a teljes piac j évvel korábban bekövetkezett káira képzett – pontosabban: ideális esetben képzendő - tételes függőkár-tartalékának ($FT_{j,\Sigma}$) a j évvel korábbi állomány-darabszámhoz ($A_{j,\Sigma}$) viszonyított arányával lehet becsülni: $r_j \sim FT_{j,\Sigma} / A_{j,\Sigma}$.)
- A teljes piac állomány-darabszáma beállt (azaz állandónak tekinthető¹⁴).

(Megjegyzés: Az r_j , illetve a későbbi R szimbólumok lokálisak, a későbbiekben is előfordulnak, de pl. az 5.2. fejezetben használt r_j -nek semmi köze sincs az itt használt r_j -hez.

Megjegyzés: A továbbiakban a Σ index a piac összesen adatot jelöli; a Σ index nélküli az adott biztosítót.)

Levezetés:

$$(1) FT = \sum_{j=0,1,\dots} FT_j$$

ahol FT_j a j évvel korábban bekövetkezett károkra képzett tételes függőkár-tartalék.

Az első feltételezés alapján

$$(2) FT_j \sim r_j \cdot A_j.$$

Szintén az első előfeltételezés alapján (zárójeles rész):

$$(3) r_i : r_k \sim \frac{FT_{i,\Sigma}}{A_{i,\Sigma}} : \frac{FT_{k,\Sigma}}{A_{k,\Sigma}}.$$

A második előfeltételezés alapján

$$(4) A_{i,\Sigma} \sim A_{k,\Sigma},$$

így

$$(5) r_i : r_k \sim FT_{i,\Sigma} : FT_{k,\Sigma},$$

ami éppen az ideális tartalékarányok egymáshoz való viszonyát fejezi ki, azaz:

$$(6) r_i : r_k \sim t_i : t_k,$$

tehát

$$(7) r_j \sim R \cdot t_j,$$

ahol R állandó. (1), (2) és (7) alapján kapjuk

$$(8) FT \sim \sum_{j=0,1,\dots} R \cdot t_j \cdot A_j = R \cdot \sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot A_j,$$

amiből

¹³ A tárgyévi negyedéves záró állományok számtani közepe. A tárgyévi nyitóállomány nem áll rendelkezésre, csak az előző évi záró állomány, ami az átkötési időszak átrendeződései miatt csak torzítaná az átlagos állomány-darabszámot.

¹⁴ 2003ról 2008-ra az állomány-darabszám 15%-kal nőtt.

$$(9) R \sim \frac{FT}{\sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot A_j},$$

amiből következik, hogy minden biztosítóra az $\frac{FT}{\sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot A_j}$ kifejezésnek ideális esetben

állandónak kell lenni (az előfeltételezéseket elfogadva), azaz az egyes biztosítók korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutatóinak egy ideális R érték körül kellene ingadozniuk.

Megbízhatósági szintek:

A rendkívül óvatosan kezelt megbízhatósági szintek az alábbi feltételezések és megfontolások mentén kerültek kialakításra:

Legyen X_i^j valószínűségi változó az i -edik szerződésre a tárgyévet követően j évvel később képzett függőkár-tartalék (akkori értéken, az adott biztosító valamennyi eddigi szerződését figyelembe véve, de a többéves szerződéseket évente külön szerződésként tekintve). Ekkor $FT = \sum_{j=0,1,\dots} (\sum \{X_i^j : i \in S_j\})$, ahol S_j a j évvel korábbi szerződések sorszámainak halmaza. Így

$$KTA = \sum_{j=1,2,\dots} \left(\frac{\sum \{X_i^j : i \in S_j\}}{A_j} \cdot \frac{A_j}{\sum_{k=0}^5 t_k \cdot A_k} \right).$$

Ha feltételezzük, hogy rögzített j -re az S_j -hez

tartozó szerződések esetén az X_i^j -k független azonos eloszlású valószínűségi változók, akkor a $\frac{\sum \{X_i^j : i \in S_j\}}{A_j}$ valószínűségi változó standardizáltja jó közelítéssel standard normális

eloszlású. Így a $\sum_{j=1,2,\dots} \left(\frac{\sum \{X_i^j : i \in S_j\}}{A_j} \cdot \frac{A_j}{\sum_{k=0}^5 t_k \cdot A_k} \right)$ kifejezés néhány (a mutató alkalmazásában

6 db) jó közelítéssel normális eloszlás összege (mert $\frac{A_j}{\sum_{k=0}^5 t_k \cdot A_k}$ konstans), így jó közelítéssel

szintén normális eloszlású. A percentilisek fenti feltételekkel történő kialakításához várható értéként az összpiaci adatokon kiszámított mutatóérték, szórásaként pedig az egyes piaci szereplők 2005-2008-ra kiszámolt, az összpiaci mutató trendjével korrigált értékeinek empirikus szórása alkalmazható, ugyanis az inflációs és egyéb hatások miatt nem várhatjuk el, hogy a (9) pontbeli R állandó az időben is állandó legyen, ezért feltételeztük, hogy az R , azaz a korrigált mutató ideális értéke az összpiaci mutatónak megfelelően viselkedik (nő) az idők során.

II.2. Korrigált tételes függőkár-tartalék / bruttó díj

Egy adott évben egy adott biztosító mutatója az alábbi képlettel számítható:

$$\text{KTD} = \frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot D_j}, \text{ ahol}$$

FT a biztosító tárgyévi bruttó tételes függőkár-tartaléka;

$\sum_{j=0}^5 t_j \cdot D_j$ a biztosító korrigált éves bruttó díjelőírása, ahol

t_j -k az ideális tartalékarányok (ld. 3.1.);

D_j a biztosító tárgyévét j évvel megelőző év bruttó díjelőírása.

Előfeltételezés:

- Ideális esetben (átlagosan, várhatóan) egy szerződés/állomány bruttó díjának r_j -ed részének megfelelő tételes függőkár-tartalékot kell képezni j év múlva (az akkori, azaz j évvel későbbi kárszinten). (r_j biztosítótól független, csak a teljes piacra jellemző arányszám, ami a teljes piac j évvel korábban bekövetkezett káraitra képzett – pontosabban: ideális esetben képzendő - tételes függőkár-tartalékának (FT_j^Σ) a j évvel korábbi bruttó díjhoz viszonyított arányával (D_j^Σ) lehet becsülni: $r_j = FT_j^\Sigma / D_j^\Sigma$.)
- A teljes piac bruttó díja beállt (azaz állandónak tekinthető¹⁵).

Levezetés:

$$(10) \quad FT = \sum_{j=0,1,\dots} FT_j,$$

ahol FT_j a j évvel korábban bekövetkezett károkra képzett tételes függőkár-tartalék.

Az első feltételezés alapján

$$(11) \quad FT_j \sim r_j \cdot D_j.$$

Szintén az első előfeltételezés alapján (zárójeles rész):

$$(12) \quad r_i : r_k \sim \frac{FT_i^\Sigma}{D_i^\Sigma} : \frac{FT_k^\Sigma}{D_k^\Sigma}.$$

A második előfeltételezés alapján

$$(13) \quad D_i^\Sigma \sim D_k^\Sigma,$$

így

$$(14) \quad r_i : r_k \sim FT_i^\Sigma : FT_k^\Sigma,$$

ami éppen az ideális tartalékarányok egymáshoz való viszonyát fejezi ki, azaz:

$$(15) \quad r_i : r_k \sim t_i : t_k,$$

tehát

$$(16) \quad r_j \sim R \cdot t_j,$$

ahol R állandó. (1), (2) és (7) alapján kapjuk

¹⁵ Ez a feltételezés nem teljesen állja meg a helyét: a teljes bruttó díj 2003 óta 33,5%-kal, az egy szerződésre jutó díj 15%-kal nőtt. Az inflációs hatás kiküszöbölésére a j évvel korábbi díj helyett lehetne a j évvel korábbi díjnak az azóta végbement díjszint-változással korrigált értékét venni. Ez a korrekció a régi állomány följebsúlyozását jelentené, ami a régi vagy hanyatló biztosítóknál a mutatóérték csökkenéséhez vezetne. Számításaink szerint ezen korrekció hatása nem befolyásolja alapvetően a korrigált mutatókat, illetve a belőlük levonható következtetéseket.

$$(17) \quad FT = \sum_{j=0,1,\dots} R \cdot t_j \cdot D_j = R \cdot \sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot D_j,$$

amiből

$$(18) \quad R = \frac{FT}{\sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot D_j},$$

amiből következik, hogy minden biztosítóra az $\frac{FT}{\sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot D_j}$ kifejezésnek ideális esetben

állandónak kell lenni (az előfeltételezéseket elfogadva), azaz az egyes biztosítók korrigált tételes függőkár-tartalék / bruttó díj mutatóinak egy ideális R érték körül kellene ingadozniuk.

Megbízhatósági szintek:

A rendkívül óvatosan kezelt megbízhatósági szinteket az alábbi feltételezések és megfontolások mentén kerültek kialakításra:

Legyen X_i^j valószínűségi változó az i -edik szerződésre a tárgyévet követően j évvel később képzett függőkár-tartalék (akkori értéken, az adott biztosító valamennyi eddigi szerződését figyelembe véve, de a többéves szerződéseket évente külön szerződésként tekintve). Ekkor $FT = \sum_{j=0,1,\dots} \sum \{X_i^j : i \in S_j\}$, ahol S_j a j évvel korábbi szerződések sorszámainak halmaza. Így KTD

$$= \sum_{j=1,2,\dots} \left(\frac{\sum \{X_i^j : i \in S_j\}}{A_j} \cdot \frac{A_j}{\sum_{k=0}^5 t_k \cdot D_k} \right).$$

Ha feltételezzük, hogy rögzített j -re az S_j -hez tartozó

szerződések esetén az X_i^j -k független azonos eloszlású valószínűségi változók, akkor a $\frac{\sum \{X_i^j : i \in S_j\}}{A_j}$ valószínűségi változó standardizáltja jó közelítéssel standard normális

eloszlású. Így a $\sum_{j=1,2,\dots} \left(\frac{\sum \{X_i^j : i \in S_j\}}{A_j} \cdot \frac{A_j}{\sum_{k=0}^5 t_k \cdot D_k} \right)$ kifejezés néhány (a mutató alkalmazásában

6 db) jó közelítéssel normális eloszlás összege (mert $\frac{A_j}{\sum_{k=0}^5 t_k \cdot D_k}$ konstans), így jó közelítéssel

szintén normális eloszlású. A percentiliseket fenti feltételekkel történő kialakításához várható értéként az összipiaci adatokon kiszámított mutatóérték, szórásaként pedig az egyes piaci szereplők 2005-2008-ra kiszámolt, az összipiaci mutató trendjével korrigált értékeinek empirikus szórása alkalmazható.

II.3. Korrigált egy függőkérra jutó átlagos tételes függőkártartalék

Egy adott évben egy adott biztosító mutatója az alábbi képlettel számítható:

$$KTE = \frac{FT}{\sum \{a_j \cdot Fd_j : j = 0,1,2 - 5,6 -\}}, \text{ ahol}$$

FT a biztosító tárgyevi bruttó tételes függőkár-tartaléka;

$\sum \{a_j \cdot Fd_j : j = 0,1,2 - 5,6 -\}$ a biztosító tárgyév végi függőkárainak korrigált darabszáma, ahol

az a_j -k az ideális tartalékarányok (ld. 3.2.);

Fd_j a biztosítónál a tárgyévet j évvel megelőzően bekövetkezett károkra képzett függőkárok darabszáma (a felügyeleti adatszolgáltatás szerinti megbontásban – ld. 3.2.).

Előfeltételezés:

- Ideális esetben (átlagosan, várhatóan) egy kárra egy ideális R átlagkár r_j -szeresének megfelelő tételes függőkár-tartalékot kell képezni a j évvel korábban bekövetkezett károkra. (R és r_j biztosítótól független, csak a teljes piacra jellemző arányszám; R a teljes piac egy függőkérra jutó átlagos tételes függőkár-tartalékával, r_j a teljes piac j évvel korábban bekövetkezett káraitra képzett – pontosabban: ideális esetben képzendő - egy függőkérra jutó átlagos tételes függőkár-tartalékának az R-hez viszonyított arányával lehet becsülni, azaz: $r_j \sim a_j$.)

Levezetés:

$$(19) \quad FT = \sum \{FT_j : j = 0,1,2 - 5,6 -\},$$

ahol FT_j a j évvel korábban bekövetkezett károkra képzett tételes függőkár-tartalék.

Az előfeltételezés alapján

$$(20) \quad FT_j \sim r_j \cdot R \cdot Fd_j,$$

így

$$(21) \quad FT \sim \sum_{j=0,1,\dots} R \cdot a_j \cdot Fd_j = R \cdot \sum_{j=0,1,\dots} a_j \cdot Fd_j,$$

amiből

$$(22) \quad R \sim \frac{FT}{\sum_{j=0,1,\dots} a_j \cdot Fd_j},$$

amiből következik, hogy minden biztosítóra az $\frac{FT}{\sum_{j=0,1,\dots} a_j \cdot Fd_j}$ kifejezésnek ideális esetben

állandónak kell lenni (az előfeltételezéseket elfogadva), azaz az egyes biztosítók korrigált egy függőkérra jutó átlagos tételes függőkár-tartalék mutatóinak egy ideális R érték körül kellene ingadozniuk.

Megbízhatósági szintek:

A rendkívül óvatosan kezelt megbízhatósági szintek az alábbi feltételezések és megfontolások mentén kerültek kialakításra:

Legyen X_i valószínűségi változó a tárgyév végi függőkárok közül a i -edikre képzett tételes függőkár-tartalék. Ekkor $FT = \sum_{j=0,1,\dots} \sum \{X_i : i \in S_j\}$, ahol S_j a j évvel korábban bekövetkezett,

még függőben levő károk sorszámainak halmaza. Így $KTE = \sum_{j=1,2,\dots} \left(\frac{\sum \{X_i : i \in S_j\}}{Fd_j} \cdot \frac{Fd_j}{\sum_{k=0,1,\dots} a_k \cdot Fd_k} \right)$. Ha feltételezzük, hogy rögzített j -re az S_j -be tartozó

függő károk esetén az X_i -k független azonos eloszlású valószínűségi változók, akkor a $\frac{\sum \{X_i : i \in S_j\}}{Fd_j}$ valószínűségi változó standardizáltja jó közelítéssel¹⁶ standard normális eloszlású. Ha feltételezzük, hogy a j év csúszással bekövetkezett károk darabszáma független

a tartalékösszegektől, akkor a $\sum_{j=1,2,\dots} \left(\frac{\sum \{X_i : i \in S_j\}}{Fd_j} \cdot \frac{Fd_j}{\sum_{k=0,1,\dots} a_k \cdot Fd_k} \right)$ kifejezés néhány (a

mutató alkalmazásában 6 db) jó közelítéssel normális eloszlás összege (mert ez esetben a $\frac{Fd_j}{\sum_{k=0,1,\dots} a_k \cdot Fd_k}$ kifejezés konstansnak tekinthető), így jó közelítéssel szintén normális eloszlású.

A percentilisek fenti feltételekkel történő kialakításához várható értéként az összpiaci adatokon kiszámított mutatóérték, szórásaként pedig az egyes piaci szereplők 2005-2008-ra kiszámolt, az összpiaci mutató trendjével korrigált értékeinek empirikus szórása alkalmazható.

II.4. Korrigált IBNR tartalék / állomány-darabszám

Egy adott évben egy adott biztosító mutatója az alábbi képlettel számítható:

$$KIA = \frac{IT}{\sum_{j=0}^5 b_j \cdot A_j}, \text{ ahol}$$

IT a biztosító tárgyevi bruttó IBNR tartaléka;

$\sum_{j=0}^5 b_j \cdot A_j$ a biztosító korrigált állomány-darabszáma, ahol

b_j -k az ideális IBNR arányok (ld. 3.3.);

¹⁶ Mivel itt csak a függő károk halmazáról van szó, sokkal kisebb mintaelemszámok fordulnak csak elő, így a normális eloszlással való közelítés kevésbé megalapozott, mint az előző két mutatónál. Viszont itt az X_i -k eloszlásai (melyet lognormálissal vagy Pareto eloszlással is szokás közelíteni) önmagukban is sokkal jobban „hasonlítanak” a normális eloszláshoz, mint az előző két mutató esetén.

A_j a biztosító tárgyévét j évvel megelőző év átlagos állomány-darabszáma¹⁷.

Az előfeltételezések, a levezetés, és a megbízhatósági szintek lényegében megegyeznek a korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutatónál leírtakkal, értelemszerűen az IBNR tartaléokra vonatkoztatva (tételes függőkár-tartalék helyett IBNR tartalékkal, t_j -k helyett b_j -kkel...)

II.5. Korrigált IBNR tartalék / bruttó díj

Egy adott évben egy adott biztosító mutatója az alábbi képlettel számítható:

$$\text{KID} = \frac{IT}{\sum_{j=0}^5 b_j \cdot D_j}, \text{ ahol}$$

IT a biztosító tárgyévi bruttó tételes függőkár-tartaléka;

$\sum_{j=0}^5 b_j \cdot D_j$ a biztosító korrigált éves bruttó díjelőírása, ahol

b_j -k az ideális IBNR arányok (ld. 2.3.);

D_j a biztosító tárgyévét j évvel megelőző év bruttó díjelőírása.

Az előfeltételezések, a levezetés, és a megbízhatósági szintek lényegében megegyeznek a korrigált tételes függőkár-tartalék / bruttó díj mutatónál leírtakkal, értelemszerűen az IBNR tartaléokra vonatkoztatva (tételes függőkár-tartalék helyett IBNR tartalékkal, t_j -k helyett b_j -kkel...)

II.6. Továbbkorrigált korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutató

Egy adott évben egy adott biztosító továbbkorrigált korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutatója az alábbi képlettel számítható:

$$\text{KKTA} = \text{KTA} \cdot k^p / k^{bi}, \text{ ahol}$$

KTA a biztosító korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutatója,

k^p az adott év összpiaci kgfb kárgyakorisága,

k^{bi} a biztosító adott évi ideális kárgyakorisága: $k^{bi} = \sum \{k_i^p \cdot d_i : i \in \text{díjosztályok}\}$, ahol

k_i^p az i -edik járműkategória (díjosztály) kárgyakorisága, d_i az i járműosztály tárgyévi darabszámaránya az állományon belül: $d_i = A^i / A$, ahol A^i az i díjosztályba tartozó tárgyévi szerződések darabszáma, A az összes darabszám.

Előfeltételezés:

- Az egyes biztosítók kárgyakorisága az egyes járműkategóriákban egy ideális kárgyakoriság körül ingadozik, ami az összpiaci kárgyakorisággal becsülhető.

¹⁷ A tárgyévi negyedéves záró állományok számtani közepe. A tárgyévi nyitóállomány nem áll rendelkezésre, csak az előző évi záró állomány, ami az átkötési időszak átrendeződése miatt csak torzítaná az átlagos állomány-darabszámot.

- Az adott biztosító állományszerkezete az idők során viszonylag állandó¹⁸.
- Egy (ideálisan) q_i kárgyakoriságú szerződésre (az i -edik díjosztályban) j év múlva $q_i \cdot r_j$ tartalékot kell képezni. Itt $q_i \sim k_i^p$

Levezetés:

A KKTA = KTA * k^p / k^{bi} korrekció valójában az alábbi módon valósul meg:

$$KKTA = \frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot \left(A_j \cdot \frac{k^{bi}}{k^p} \right)} = \frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot (A_j \cdot k^{bi})} \cdot k^p, \text{ ahol } A_j \cdot k^{bi} \text{ azt fejezi ki, hogy (a piaci}$$

kárgyakoriságok alapján) a biztosítónak a tárgyévet j évvel megelőző évben hány db tárgyévi kára kellene legyen ideális esetben. ($A \cdot k^p$ konstans.)

$$(23) \quad FT = \sum_{j=0,1,\dots} FT_j = \sum_{j=0,1,\dots} \sum \{ FT_j^i : i \in \text{díjosztályok} \},$$

ahol FT_j^i az i díjosztályba tartozó szerződések után a j évvel korábban bekövetkezett károkra képzett tételes függőkár-tartalék.

A harmadik feltételezés alapján

$$(24) \quad FT_j^i \sim q_i \cdot r_j \cdot A_j^i, \text{ ahol } A_j^i = \text{a } j \text{ évvel korábban az } i \text{ díjosztályban levő szerződések száma.}$$

A második feltételezés alapján $A_j^i \sim d_i \cdot A_j$, ahol d_i az i járműosztály (idők során állandónak tekintett) darabszámaránya az állományon belül.

$q_i \sim k_i^p$, így

$$(25) \quad FT = \sum_{j=0,1,\dots} \sum \{ FT_j^i : i \in \text{díjosztályok} \} \sim \sum_{j=0,1,\dots} r_j \cdot A_j \cdot \sum \{ k_i^p \cdot d_i : i \in \text{díjosztályok} \} \\ = \sum_{j=0,1,\dots} r_j \cdot A_j \cdot k^{bi}$$

A 4.1. fejezetben leírt gondolatmenet alapján¹⁹ $r_j \sim R \cdot t_j$, ahol R állandó. k^p is állandó így $R \cdot k^p$ is. Tehát

$$(26) \quad FT \sim \sum_{j=0,1,\dots} r_j \cdot A_j \cdot k^{bi} = R \cdot k^p \sum_{j=0,1,\dots} t_j \cdot \left(A_j \cdot \frac{k^{bi}}{k^p} \right), \text{ ahonnan}$$

$$(27) \quad R \cdot k^p \sim \frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot \left(A_j \cdot \frac{k^{bi}}{k^p} \right)} = KKTA$$

amiből következik, hogy minden biztosítóra az $\frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot \left(A_j \cdot \frac{k^{bi}}{k^p} \right)}$ kifejezésnek ideális esetben

állandónak kell lenni (az előfeltételezéseket elfogadva), azaz az egyes biztosítók

¹⁸ Ha ezt nem tudjuk feltételezni, akkor a $KTA = \frac{FT}{\sum_{j=0}^5 t_j \cdot A_j}$ képletben minden egyes A_j -t az adott évi k^{bi} / k^p -vel

kell korigálni.

¹⁹ A tartalékrész = $q_i \cdot r_j$ kitételből következik, hogy a kárgyakoriság és az időelcsúszás egymástól függetlenek, azaz a 4.1. fejezetben a (3) teljesül díjosztályonként és összességében is.

továbbkorrigált korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutatóinak egy ideális $R \cdot k^p$ érték körül kellene ingadozniuk.

Megbízhatósági szintek itt nem kerültek alkalmazásra.

II.7. Továbbkorrigált korrigált IBNR tartalék / állomány-darabszám mutató

Egy adott évben egy adott biztosító továbbkorrigált korrigált IBNR tartalék / állomány-darabszám mutatója az alábbi képlettel számítható:

$KKIA = KIA \cdot k^p / k^{bi}$, ahol

KIA a biztosító korrigált IBNR tartalék / állomány-darabszám mutatója,

k^p az adott év összpiaci kgfb kárgyakorisága,

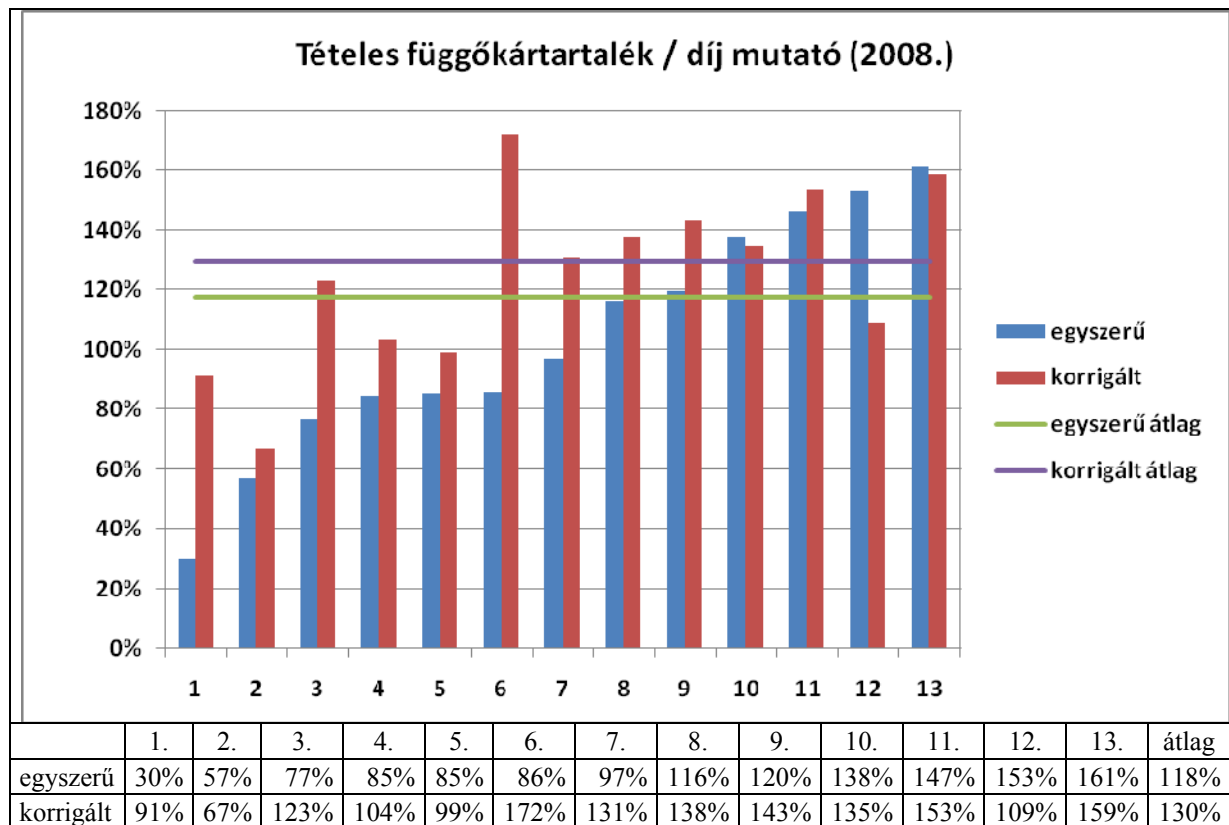
k^{bi} a biztosító adott évi ideális kárgyakorisága: $k^{bi} = \sum \{k_i^p \cdot d_i : i \in \text{díjosztályok}\}$, ahol

k_i^p az i -edik járműkategória (díjosztály) kárgyakorisága, d_i az i járműosztály tárgyévi darabszámaránya az állományon belül.

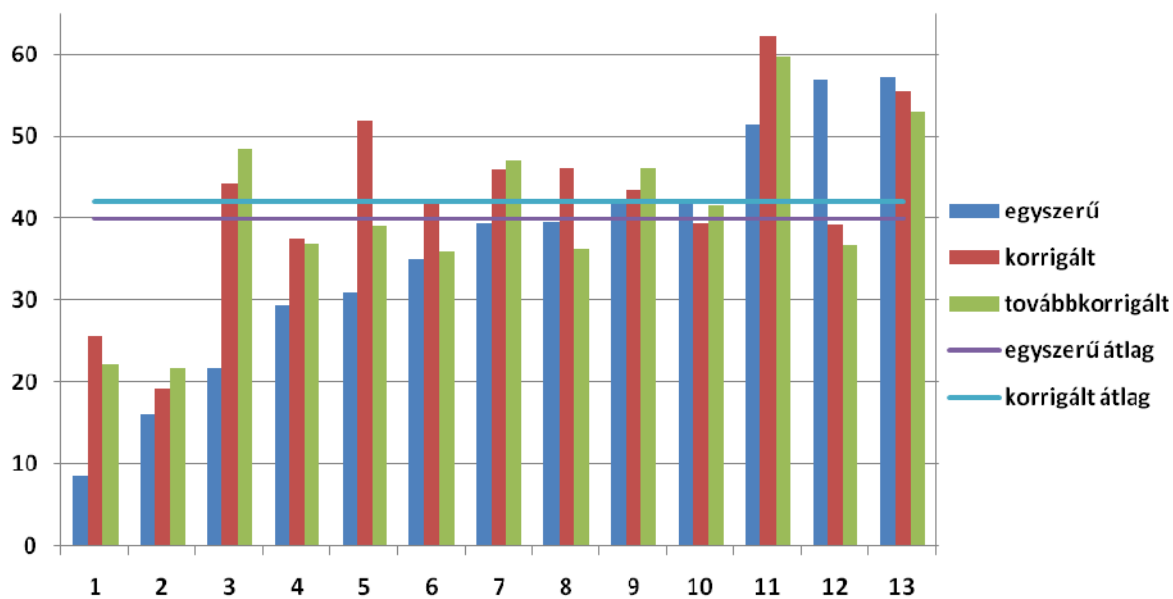
Az előfeltételezések és a levezetés lényegében megegyeznek a továbbkorrigált korrigált tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám mutatónál leírtakkal, értelemszerűen az IBNR tartaléokra vonatkoztatva (tételes függőkár-tartalék helyett IBNR tartalékkal, t_j -k helyett b_j -ekkel...)

1. számú melléklet – tartalékmutató-értékek és grafikonjai

Minden egyes grafikonban az egyes biztosítók a korrigálatlan mutatóértékek szerinti növekvő sorrendben szerepelnek. A különböző grafikonokon ezért különböző a sorrend. Tekintettel arra, hogy az MKB Biztosító Zrt. csak 2008. III. negyedévéől műveli a kgfb-t, és féléves működés esetére a korrekciók nem alkalmazhatók, az MKB mutatóértékei hiányoznak a grafikonokról.

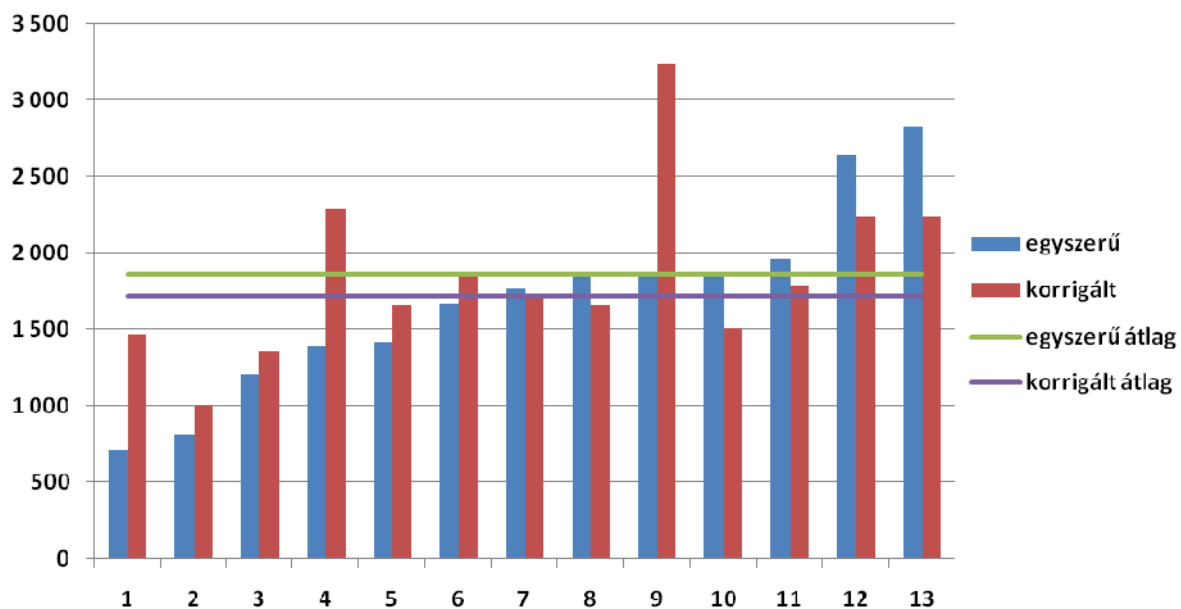


Tételes függőkár-tartalék / állomány-darabszám (2008., Eft)

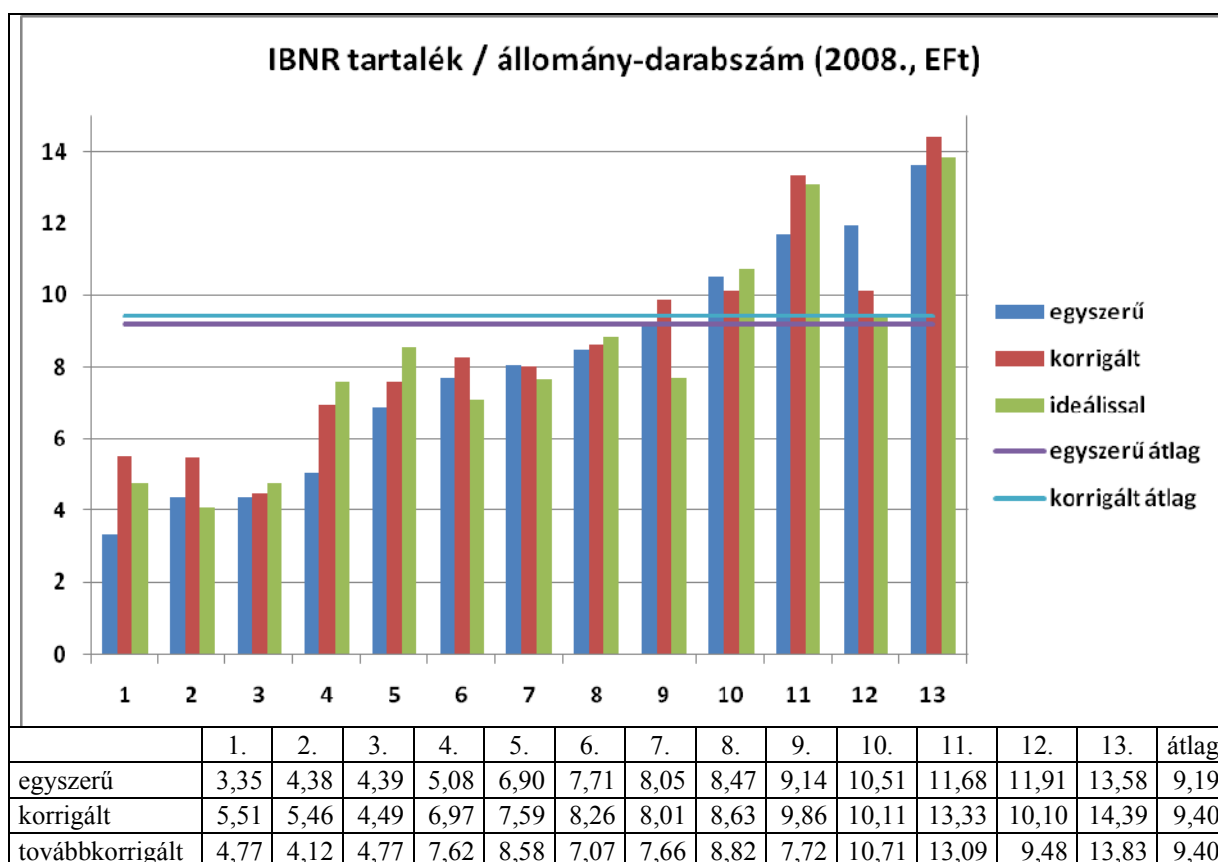
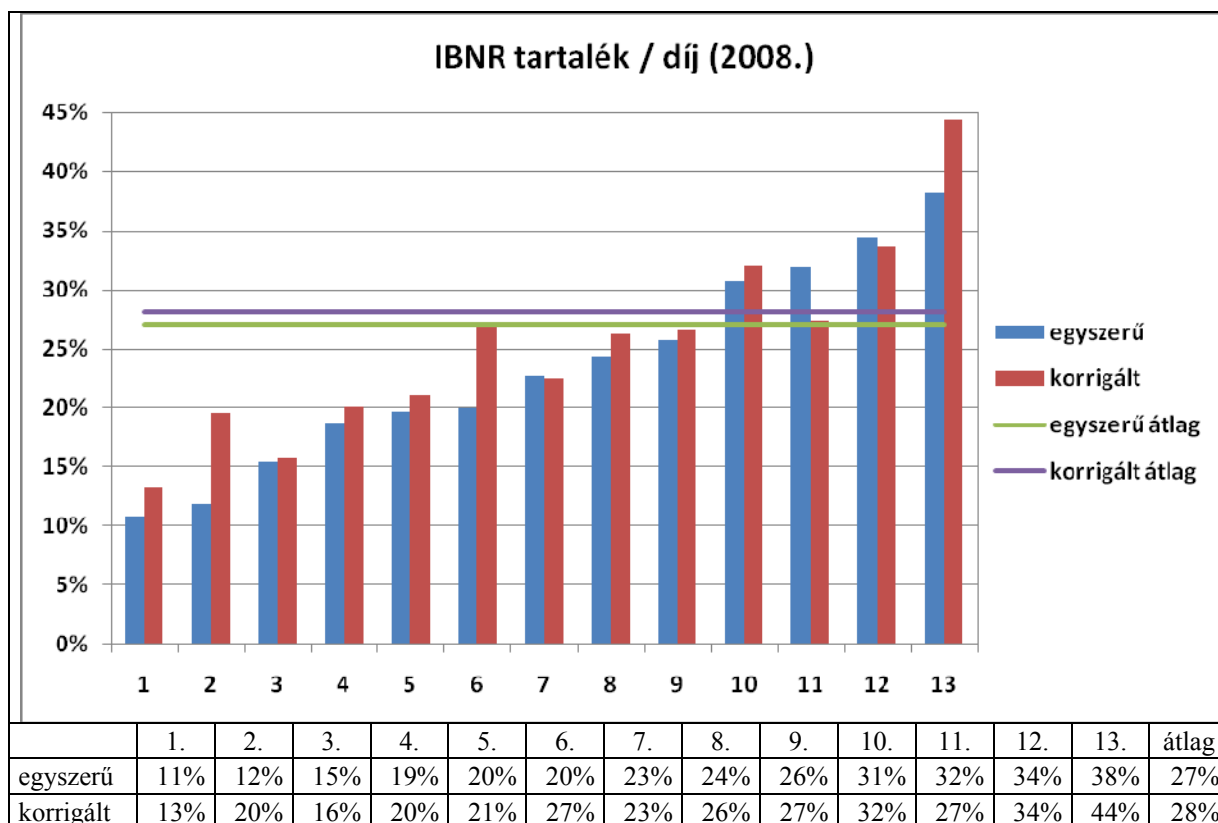


	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	átlag
egyszerű	8,5	16,2	21,8	29,6	31,0	35,0	39,4	39,6	41,9	42,2	51,4	57,1	57,3	40,0
korrigált	25,7	19,3	44,5	37,7	51,9	42,0	46,1	46,3	43,4	39,4	62,2	39,3	55,5	42,0
továbbkorrigált	22,3	21,8	48,6	37,0	39,2	36,0	47,1	36,2	46,1	41,7	59,8	36,9	53,1	42,0

Átlagos tételes függőkár-tartalék (Eft, 2008.)



	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	átlag
egyszerű	704	816	1 205	1 394	1 419	1 667	1 760	1 853	1 855	1 867	1 956	2 637	2 825	1 857
korrigált	1 465	1 005	1 353	2 281	1 656	1 859	1 695	1 658	3 235	1 502	1 776	2 241	2 236	1 714



2. számú melléklet - díjosztályonkénti átlagos tárgyévi kárnagyságok idősora

12. táblázat: Díjosztályonkénti átlagos tárgyévi kárnagyságok 2003-2008-ban, illetve 2009-re előrevetítve

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Mindösszesen	372	395	447	446	478	489	521
Személygépkocsi	384	381	436	436	452	473	493
< = 850 ccm	342	339	366	369	397	449	448
851-1150 ccm	382	348	398	393	457	409	443
1151-1500 ccm	358	369	423	421	445	469	492
1501-2000 ccm	410	394	460	457	454	478	494
2001-3000 ccm	466	466	456	509	489	544	539
> 3000 ccm	516	460	757	428	576	621	615
Határozott idejű	197	219	174	499	472	394	533
Motorkerékpár	412	538	779	625	576	543	640
<=150 ccm	244	258	291	327	270	350	351
151-350 ccm	273	292	272	345	432	330	402
> 350 ccm	530	701	986	733	659	624	715
Határozott idejű	177	454	147	122	381	198	233
Autóbusz	389	437	472	494	665	589	678
10-19 férőhely	393	464	636	341	1 343	569	946
20-79 férőhely	420	487	470	554	654	599	679
> 80 férőhely	369	364	458	473	608	585	659
Határozott idejű	95	300	n.a.	34	n.a.	134	91
Trolibusz	219	376	405	427	498	661	691
Tehergépkocsi	321	371	392	426	472	461	511
< 2 tonna teherbírású	314	365	381	422	465	438	493
2-6 tonna teherbírású	309	380	405	395	457	460	498
> 6 tonna teherbírású	367	413	427	484	521	568	602
Határozott idejű	340	461	468	681	489	1 270	1 113
Vontató	518	890	781	702	869	881	941
Mezőgazdasági vontató	349	370	403	433	605	676	710
Könnyű pótkocsi	388	661	266	514	453	245	312
Nehéz pótkocsi	333	367	431	404	558	527	588
Utánfutó, lakókocsi	215	235	246	373	283	338	370
Motorkerékpár utánfutó	98	106	n.a.	n.a.	300	208	295
Lassú jármű	426	702	599	604	1 003	776	950
Munkagép	280	255	312	240	355	383	379
Segédmotoros kerékpár	207	237	319	354	356	243	343
Határozott, P frsz.	725	256	4 000	563	325	349	526